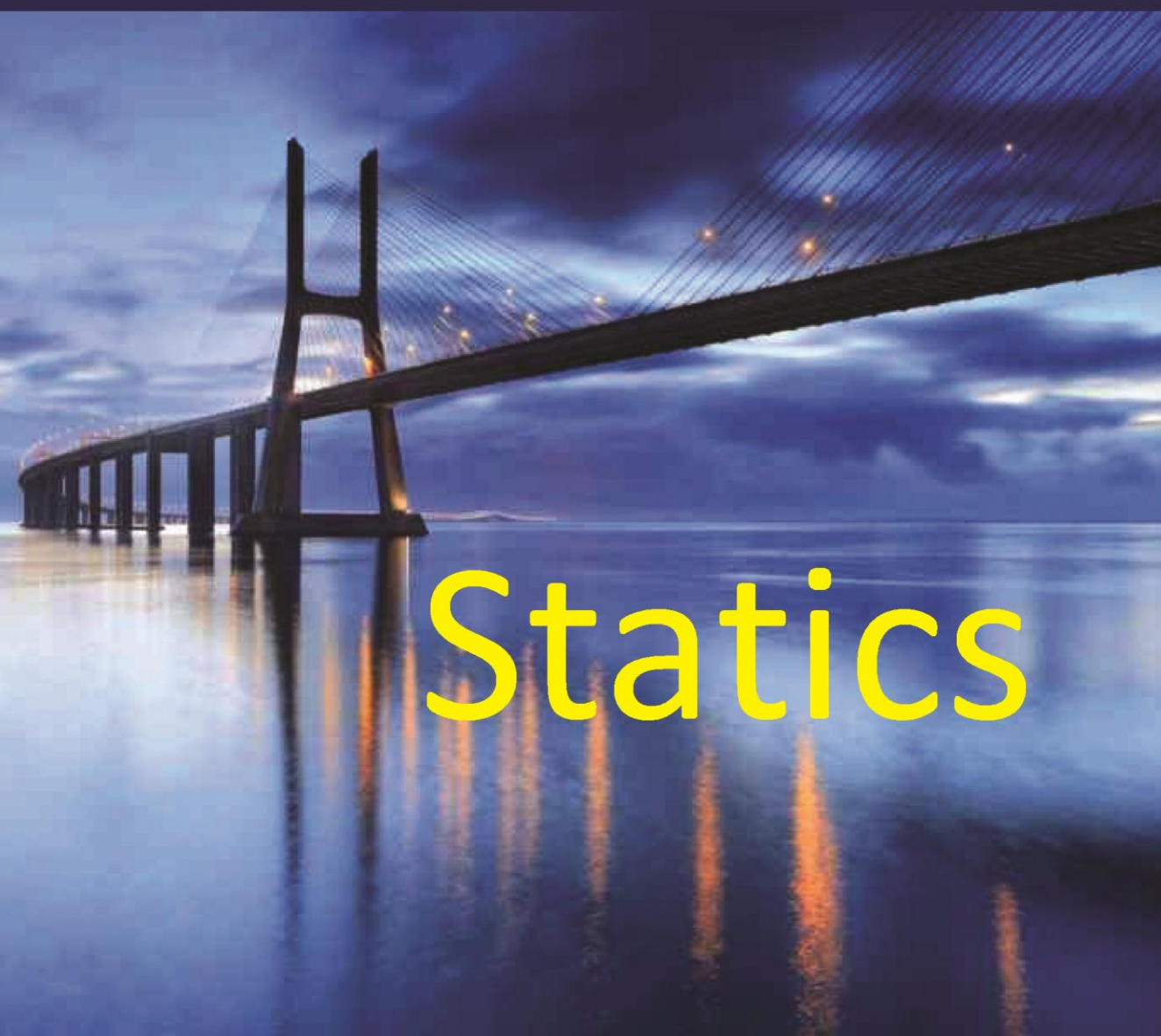


ئەندازىياري ميكانيك

وہستاتزانی

Statics



ئەندازىارىي ميكانىك وهستانزانى

Engineering Mechanics Statics

ناوی کتیب: ئەندازیاری میکانیک – وهستانزانی Engineering

Mechanics – Statics

بابەت: ئەندازیاری

بژارکردنی: ھەمەھەلی محەمەد مەھەروف

نۆرە ی چاپ: چاپی یەكەم

سالی چاپ: 2015

چاپخانه: ئاسیا

بلاوکراوھی: کتیبخانی دلشاد

ژماره مۆبایلی کتیبخانهی دلشاد: 07701513975

Rawaz7509@yahoo.com

Rawaz7509@gmail.com

Chapter 1 Introduction	4
Chapter 2 statics of particles	11
Chapter 3 rigid bodies.....	49
Chapter 4 equilibrium of rigid bodies.....	80
Chapter 5 centroid.....	96
Chapter 6 Second moment of inertia.....	119
Chapter 7 truss	163
Chapter 8 friction.....	192
Chapter 9 beams and cables.....	221

كەسكى خويندەوار كە ناخويندەتەوہ جياوازيهكى ئەوتۆى نيه لەگەڵ
كەسكى نەخويندەوار دا.

بهشی Chapter 1 پیشهکی Introduction

1.1 Question: What is mechanics?

Mechanics: It is a branch of the physical sciences which deals with the action of the forces on bodies at state of rest or motion. In general, mechanics can be subdivided into three branches: rigid body mechanics, deformable body mechanics and fluid mechanics. Rigid body mechanics is divided into two branches: Statics and dynamics.

پرسیار: میکانیک چیه؟

وه لام: میکانیک لقیکی زانستهکانی فیزیایه که لهکاریگهری هیزهکان دهکۆلێتهوه لهسههر تهنهکان له حالهتی وهستاندا یان له حالهتی جولهدا. به گشتی، میکانیک دهتوانریت دابهش بکریتهوه بو سێ لق: میکانیکی تهنی سهخت، میکانیکی تهنه نه شیوهگۆراوهکان و میکانیکی شلگازهکان. میکانیکی تهنی سهخت دابهش دهبیته بو دوو لق: وهستانزانی و جولهزانی.

1.2 What is statics?

Statics is the study of rigid bodies that are stationary or moved with a constant velocity, the rigid body must be in equilibrium. In the language of statics, a stationary rigid body has no unbalanced forces acting on it.

وهستانزانی چیه؟

وستانزانی لیکۆلینهویه له تهنه سهختهکانه که راوستانون یان جولاون به خیراییهکی نهگۆر. تهنه سهختهکه دهبیت له هاوسهنگیدا بیت. له زمانی وستانزانی، تهنه سهختی وستانو کاری هیزی لاسهنگی لهسهر نییه.

1.3 What is Dynamics?

Dynamics is the study of rigid bodies that are moving with the accelerated motion.

جولهزانی چیه؟

جولهزانی تووژینهوهی تهنه سهختهکانه که به جولته تاودراوهکهیان دهجولین.

1.4 Fundamental concepts

زاراوه بنچینههیهکان

1.5 Scalar and vector quantities و هینده ئاراستهبرهکان

هینده بی ئاراستهکان

1.6 Scalar quantity: It is one which has only magnitude but has no direction such as (Volume ، area ، length ، density and times).

هینده بی ئاراستهکان: ئهو هیندهیه که تهنه بری هیه بهلام ئاراستهیه نییه و هک (قهباره، پروبهر، دریزی، چری، کات).

1.7 Vector quantity: has both of magnitude and direction like velocity ,acceleration ,force.

ههيزه ئاراستهبرهكان: ئهو ههيندانهن كه بربيش و ئارستهشيان ههيه وهك خيراى و تاودان و ههيز.

1.8 What is Particle?

A Particle is very small; it has mass but no size.

تهنۆلكه چيه؟

تهنۆلكه زور بچوكه؛ بارستايى ههيه بهلام قهبارهى نيه.

1.9 What is rigid body?

A rigid body has both a mass and a size.

تهنى سهخت چيه؟

تهنى سهخت بارستايى و قهباره ههردوكيانى ههيه.

1.10 What is Equilibrium?

When the resultant force and moment are both equal to zero ,the body is said to be in equilibrium.

هاوسهنگى چيه؟

كاتيك ههيزى بهرهنجام و زهبر ههردووكيان يهكسان دهين به سفر، تهنهكه پيى دهوتريت له هاوسهنگيدايه.

1.11 Units of measurement

يهكهكانى پيوانهكردن

The four basic quantities (length ,time ,mass and force) are not all independent from one another. In fact ,they

are related by Newton's second law of motion ، **force=mass* acceleration**. Because of this ،the units which used to measure these quantities can not all be selected arbitrarily. The equality **force=mass* acceleration** is maintained only if three of the four units ،called base units ،are defined and the fourth unit is then derived from the equation.

چوار هینده بنچینهیه که (دریزی، کات، بارستایی و هیز) ههمویان سه به خو نین له یه کیکیاندا. له راستیدا، په یوستن به یاسی دووه می نیوتنه وه له جولیدا (هیز = بارستایی * تاودان) به هو ی ئهمه وه، یه که کان که به کار ده هینرین بو پئوانی ئهم هیندانه ههموویان هه ره ماکیانه ناتوانرین دیاری بکرین. یه کسان (هیز = بارستایی * تاودان) ده هیلریته وه ته نه ئه گهر به سیان له و چوار یه که یه که پئیان دهوتریت بنچینه می، پئناسه ده کربین وه چوار هم یه که یان له هاوکیشه که وه داده تاشریت.

1.12 The International System of units (SI units)

The International System of units abbreviated SI after the French "Systēme International d'Unitēs" is a modern version of the metric system which has received worldwide recognition. As shown in table 1.1 ، the SI system defines length in meters (m) ،time in seconds (s) ،and mass in kilograms (kg). the unit of force ،called a newton (N) ،is derived from Force = mass* acceleration. Thus ،1 newton is equal to a force required to give one kilogram of mass an acceleration of 1m/sec^2 ($\text{N}=\text{kg} \cdot \text{m/sec}^2$)

سیستمی نیودهولتهتی یهکهکان

سیستمی نیودهولتهتی یهکهکان (Si units) کورتکر اوتهوه له (Système International d'Unités) ی فهره نسبییهوه که وهشانی هاوچهرخی سیستمی مهتره که وهك ناسینراوی جیهانی وهرگیراوه. که له خشتهی 1.1 دا پیشان دراوه. سیستمهکه دریزی بهمهتر (m) پیناسهدهکات، کات به چرکه (s) وه بارستای به کیلوگرام (kg). یهکهی هیز، پئی دهوتریت نیوتن (N)، که داتاشراوه له (هیز = بارستای * تاودان) هوه. بهم شیوهیه، 1 نیوتن یهکسانه به هیزیکی پیویست بو پیدانی یهك کیلوگرامی بارستای تاودانیکی $(1\text{m/sec}^2)(\text{N}=\text{kg} \cdot \text{m/sec}^2)$

Quantities	Unit	یهکهکان	هیندهکان
Length(L)	Meter (m)	مهتر	دریزی
Mass(M)	Kilogram (Kg)	کیلوگرام	بارستای
Time(T)	Second (s)	چرکه	کات
Force(F)	Newton(N)	نیوتن	هیز
Velocity(V)	(m / s)		خیرای
Acceleration(a)	(m / s ²)		تاودان
Area(A)	(m ²)		رووبهر
Density	Kg / m ³		چری
Work	N.m or Joul	جول	ئیش
Moment of force	N.m		زهبر
Power	Watt	وات	توانا
Pressure	N/m ² or pascal	پاسکال	پهستان

Table 1.1 خشتهی

1.13 U.S. Customry units

The U.S. customary ‘or British system of units ‘also called the foot-pound-second (FPS) system ‘has been the common system in business and industry in English speaking counties. The FPS system defines length in feet (ft) ‘and force in pounds (lb). The unit of mass ‘called a slug ‘is derived from Force = mass* acceleration. Thus ‘ 1 slug is equal to the amount of matter accelerated at $1\text{ft}/\text{sec}^2$ when acted upon by a force of 1lb (slug= $\text{lb}\cdot\text{sec}^2/\text{ft}$)

یهکه فہرمیہکانی U.S

یہکھی فہرمی U.S، یان سیستمی بہریتانی یہکھکان، ہہروہا پینشی دہوتریت سیستمی پی-پاوهن-چرکہ (FPS)، کراوتہ سیستمیکی گشتی لہ بازرگانی و پیشہسازیدا لہو ولاتانہی کہ بہ ئینگلیزی قسہ دہکن. سیستمہکہ دریزی بہ پی (ft) پیناسدہکات، کات بہ چرکہ (s) وہ ہیز بہ پاوهن (lb). یہکھی بارستای، پینی دہوتریت سلگ (slug)، کہ داتاشراوہ لہ (ہیز=بارستای*تاودان)ہوہ. بہم شیوہیہ، 1 سلگ یہکسانہ بہ بری مادہیکی تاودراو بہ $1\text{ft}/\text{sec}^2$ کاتیک کاردہکاتہ سہری بہ ہیزیکی 1 پاوهنی (slug= $\text{lb}\cdot\text{s}^2/\text{ft}$)

Quantity	ہیند	FPS units	SI units
Force		lb	4.44N
ہیز			
Mass	بارستایی	slug	14.5kg

Length	دریژی	ft	0.3m
--------	-------	----	------

خشتهی Table 1.2

1.14 Mathematical Natation and Formula

یاساو

تییینییهکانی بیرکاری

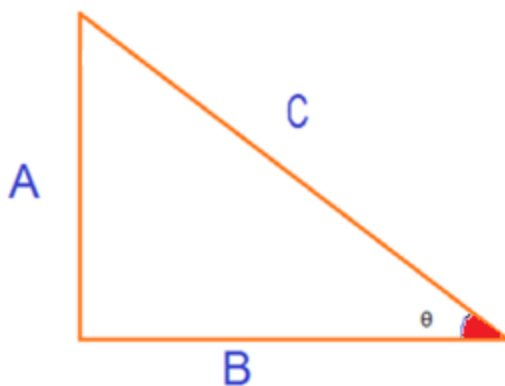


Figure 1.1

$$\sin \theta = \frac{\text{بهرامبەر}}{\text{ژئ}} = \frac{A}{C}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژئ}} = \frac{B}{C}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{بهرامبەر}}{\text{تەنیشت}} = \frac{A}{B}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\sin (-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

چونکه ئەگەر نرخى گوشه نینگەتيف بوو ئەوا گوشهكه به گویرهى چارهكى چوارهم مامەلەى لهگەلدا دهكریت.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta$$

$$\sin (\theta + \alpha) = \sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha$$

$$\sin (\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha$$

$$\cos (\theta + \alpha) = \cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha$$

$$\cos (\theta - \alpha) = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha$$

$$\text{Sec} = \frac{1}{\text{Cosa}}$$

$$\frac{1}{\text{Cos}^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$\text{Sec}^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

درۆزنترین کەس لە دونیادا، ئەو مامۆستایەیه که پرسباری زۆر
قورس، لە تاقیکردنەوەدا دەهینیتەوه و لە کۆتا دێردا دەنوسیت:
بەهیوای سەرکەوتن.

(ناناتۆل فرانس)

هاورئ بۆ هاورئ، وهك پينه وايه، نهگهر هاوشيوهه نهبئت ناشيريني دهكات.

(شكسپير)

Chapter 2 بهشى

Statics of particles تهنولكهكان وهستانزاني

2.1 Question: What is mechanics?

Answer: Mechanics: It is science which deals with the action of the forces on bodies at state of rest or motion.

پرسیار: ميكانيك چيه؟

وه لآم: ميكانيك ئهو زانستهيه كه له كاريگهري هيزهكان دهكوئيتهوه لهسهه
تهنهكان له حالتهي وهستاندا يان له حالتهي جوئهدا

2.2 Question: what is force?

Answer: A Force may be defined as the action on body on another body which changer or tend to changer the motion of the body acted on. Force is a push or a pull that one body exerts on another body ،including gravitational ،electrostatic magnetic and constant influences. Force is a vector quantity ،having a magnitude ،direction ،and point of application.

پرسیار: هیز چیه؟

وه لآم: هیز پیناسه دهكریت وهك كاريگهري تهنيك لهسهه تهنيكي ديكه كه
جوئهكهه دهگوریت يان ههولدهدات بو گورینی جوئهه تهنهكهه كه كاری
کردوه تهسهه. هیز پلنانیکه يان پراکیشانیكه كه تهنيك كاردهكاته سهه
تهنيكي ديكه، هیزی كیشکردن، موگناتیزی كارهبايي وهستاو وه كارلیكه
نهگورهكان. هیز هیندیكي ئاراستههده، بهر و ئارسته و خالی
كارتیکردنی هیه.

2.3 What is difference between external forces and internal forces ?

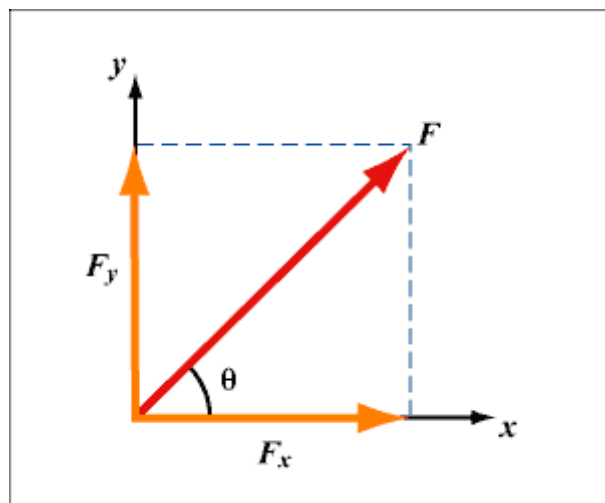
Actions of other bodies on a rigid body are known as external forces. If unbalanced, an external force will cause motion of the body. Internal forces are the forces that hold together parts of a rigid body. Although internal forces can cause deformation of a body but motion is never caused by internal forces .

جیاوازی نیوان هیزه دهرهکییهکان و هیزه ناوهکییهکان چیه؟

کاری تهنهکانی تر لهسهر تهنه سهختهکان ناسراوه به هیزی دهرهکی. ئەگەر لاسهنگ بو، هیزیکی دهرهکی دهبیته هۆی جو لهی تهنهکه. هیزه ناوهکییهکان هیزهکانن که بهشهکانی تهنیکی سهخت بهیهکهوه دههستیت. ههرچهنده هیزه ناوهکییهکان دهتوانن بینه هۆی شیوهتیچونی تهنیک بهلام ههرگیز بههۆی هیزه ناوهکییهکانهوه جو له نییه.

2.4 How to represent forces?

Forces are frequently represented in terms of unit vectors and force components. A unit vector is a vector of unit length directed along a coordinate axis. Unit vectors are used in vector equations to indicate



direction without affecting magnitude. In the rectangular coordinate system ‘there are three unit vectors ‘i , j ‘and k .

Figure

2.1

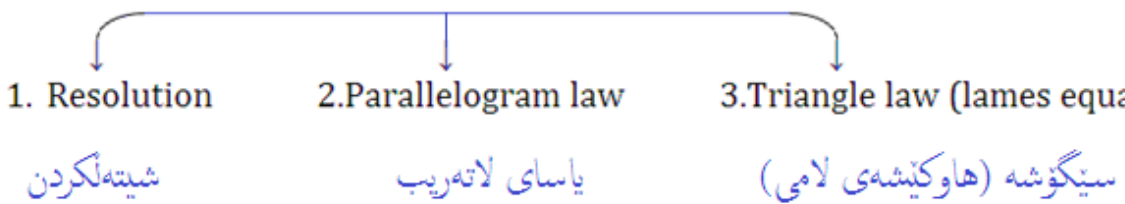
چۆن هیزهكان پيشان دهدرین؟

بهزۆری هیزهكان پيشان دهدرین به دهستهواژهی ئاراستهپر هكانی يهكه و پيكنه هكانی هیز. ئاراستهپر يکی يهكه ئاراستهپر يکی يهكهی دريژ بيه، ئاراستهكراوه به دريژی تهوه ره ی پۆوتانیک. ئاراسته هكانی يهكه له هاوكيشه هكانی ئاراستهپر هكادا بهكار دههينرين بو ديار يکردنی ئارسته بهبی کاریگهري بر. له سيستمی پۆوتانی لاكيشهيدا، سی ئاراسته داری يهكه ههيه i ، j ، k .

2.5 Methods of finding of Resultant

رينگاکانی دۆزینه وهی

بههه نجامی هیز



2.6 Resolution

.1Resolution: every inclined forces are resolved into their components one on X-axis and the other on Y-axis after that total summation of forces on X-axis ($\sum F_x$) and total summation on forces on Y-axis $\sum F_y$ are taken.

Finally, the resultant is found due to this formula.

$$R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2}$$

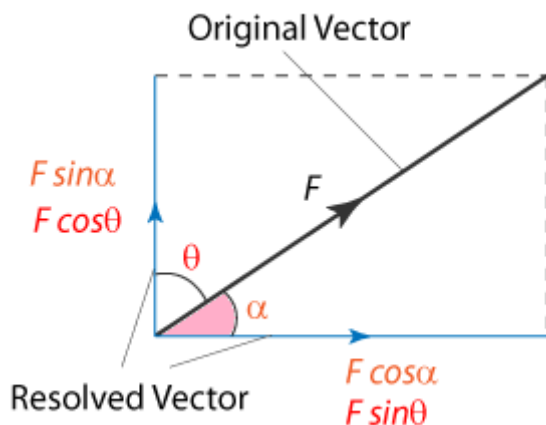
The formula of $(\tan\beta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx})$, can be used to find the direction of the resultant force.

شیتەل کردن: هه‌موو هیزه لاره‌کان شیتەل ده‌کری‌ن بۆ پیکه‌ینه‌ر هه‌کانیان. یه‌کیکیان له‌سه‌ر ته‌وه‌ری X و ئه‌وه‌ی تر له‌سه‌ر ته‌وه‌ری Y. دوا‌ی ئه‌وه سه‌رجه‌می کۆکراوه‌ی هیزه‌کان له‌سه‌ر ته‌وه‌ری X واته $(\sum Fx)$ و سه‌رجه‌می کۆکراوه‌ی هیزه‌کان له‌سه‌ر ته‌وه‌ری Y واته $(\sum Fy)$. له‌کۆتاییدا، به‌هه‌وای ئه‌م یاسایه‌وه ده‌دۆزریته‌وه:

$$R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2}$$

ده‌توانریته‌ یاسای $(\tan\beta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx})$ به‌کارده‌هه‌نین. بۆ دۆزینه‌وه‌ی ئا‌راسته‌ی هیزی به‌هه‌نجام.

2.7 How to resolve a single force?



A single force F at an angle θ to the horizontal can be split into perpendicular forces: $F\cos\theta$ in the horizontal direction and $F\sin\theta$ in the vertical direction.

Figure 2.2

چۆن هیزیکی تاک شیتهل دهکریت؟

هیزیکی تهك (F) بهگۆشهیهك (θ) لهگهل ئاسودا دهتوانریت جیا بكریتهوه بۆ هیزه ئهستونهكان: $F\cos\theta$ به ئاراستهه ئاسویی و $F\sin\theta$ به ئاراستهه ستونی.

(F) لاره شیتهلکرا بۆ دوو پیکنهر: یهکیکیان لهسهه تهوههه (X) واته X -axis ئهوهه تریشیان لهسهه تهوههه (Y) واته Y -axis

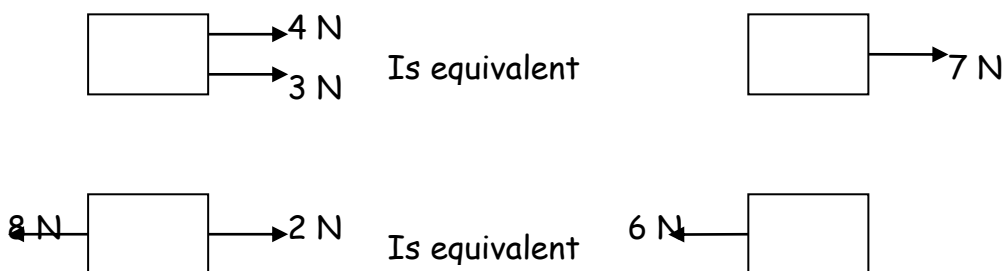


Figure 2.3

The resultant of two forces at right angles to one another is represented by the diagonal of the rectangle whose sides represent the two forces.

بهره‌نجامی دوو هیزی گۆشه‌هه‌ستاو بۆ یه‌کتر پيشاندراره به تیره‌ی لاکيشه‌که که لاکانی دوو هیزه‌که پيشان ده‌دات.

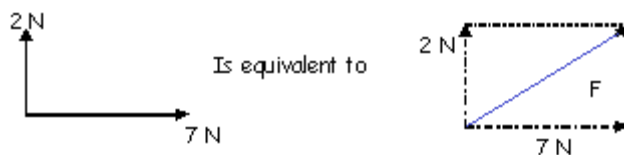


Figure 2.4

$$F = \sqrt{(7^2 + 2^2)} = \sqrt{53} = 7.28N$$

$$\tan\theta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx} = \frac{2}{7}$$

$$\theta = 15.95^\circ$$

تییینی: ئەم نیشانیه ($\rightarrow +$) واتا هه‌موو ئەو هیزانه‌ی که

به‌ئاراسته‌ی ده‌سته راستن پۆز هتیفن.

ئەم نیشانیه ($\leftarrow -$) واتا هه‌موو ئەو هیزانه‌ی که به ئاراسته‌ی ده‌سته

چه‌ین نیگه‌تیفن.

ئەم نیشانیه ($\uparrow +$) واتا هه‌موو ئەو هیزانه‌ی که به‌ئاراسته‌ی

سه‌ر هه‌ن پۆز هتیفن.

ئەم نیشانیه ($\downarrow -$) واتا هه‌موو ئەو هیزانه‌ی که به ئاراسته‌ی

خواره‌ن نیگه‌تیفن.

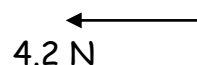
The resultant of these two forces is a force of 7.28 N at an angle of 15.95° to the 7N force.

بەرهنجامی ئەم دوو هێزە هێزێکی (7.28 N) بە گۆشەیی (15.95°) بۆ هێزە (7N) هکە.

Example 2.1: Find the resultant of the two forces which shown in the **Figure 2.5**.

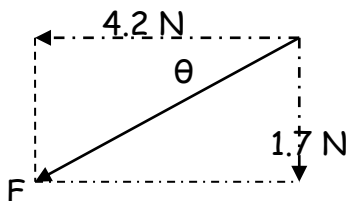
نمونه: بەرهنجامی دوو هێزە هکە بدۆزەر هوه که له وینهکەیی (2.5) دا پێشاندراون.

4.2 N



Solution

Figure 2.5



$$F = \sqrt{4.2^2 + 1.7^2} = 4.531N$$

$$\tan\theta = \frac{1.7}{4.2}$$

$$\theta = 22.04^\circ$$

Hence the resultant of the two forces is a force of 4.532 N at an angle of 22.04° below the 4.2N force.

لەبەرئەوه بەرەنجامی ئەم دوو ھێزە ھێزێکی (4.532 N) بە گۆشەیی (22.04°) لەژێر ھێزە (4.2N) ھەکە.

Note: any two forces can be combined to produce a resultant, then any force can be resolved into two perpendicular forces called the components of the force.

تێبینی: ھەر دوو ھێزێک دەتوانرێت کۆبکریتەو ھەبۆ بەرھەمھێنایی بەرەنجامی، پاشان ھەر ھێزێک دەتوانرێت شیتەل بکۆیت بۆ دوو ھێزی ئەستون پێیان دەوترێت پێکنەرەکانی ھێزەکە.

Example 2.2: Demonstrate that the system of forces on the left is equivalent to the single force on the right.

نموهه: بیخەرە ڕوو کە کۆمەڵە ھێزەکانی لای چەپ ھاوئرخە بۆ ھێزێکی تاک لەلای راست.

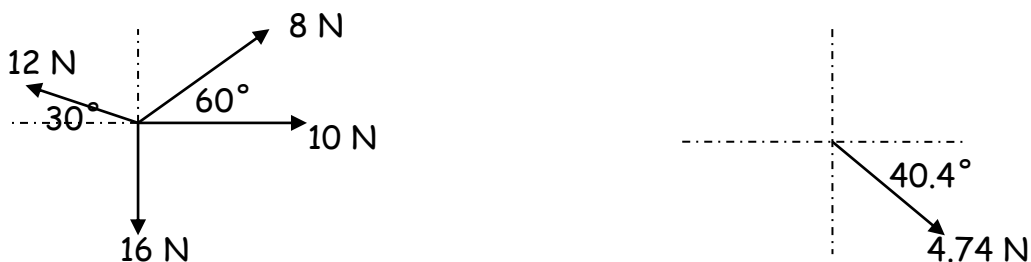


Figure 2.6

Solution

شیکار

To find the resultant, first resolve all forces horizontally and vertically

بۆدۆزینهوهی بهر نهجامهکه، سه رهتا ههمو هیزهکان ئاسۆپانه و ستونپانه شیته لیکه.

Force	Horizontal component	Vertical component
10 N	10	0
16 N	0	-16
8 N	$8\cos 60=4$	$8\sin 60=6.928$
12N	$-12\cos 30=-10.392$	$12\sin 30=6$
Total	3.608 N	-3.072 N

The resultant is;

بهر نهجامهکه

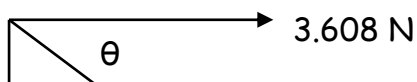


Figure 2.7

$$\begin{aligned}
 F &= \sqrt{3.608^2 + 3.072^2} \\
 &= \sqrt{13.02 + 9.44} \\
 &= \sqrt{22.46} \\
 &= 4.74 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tan}\theta &= \frac{3.072}{3.608} \\
 \theta &= 40.4^\circ
 \end{aligned}$$

Example 2.3: The system of 3 forces on the left is equivalent to the single resultant F at an angle θ to the horizontal. Find F and θ .

نمونه: سیستمه سی هیزیهکهی لای چهپ هاو نرخه بو تاکه بهره نجامنیک
 F به گوشه‌ی (θ) بو ناسۆ. (F) و (θ) بدۆزهرهوه.



Figure 2.8

Solution

Force	Horizontal component	Vertical component
1.8 N	0	-1.8
3 N	$-3\cos 17$	$3\sin 17$
4 N	$4\cos 42$	$4\sin 42$
Total	0.1037 N	1.754 N

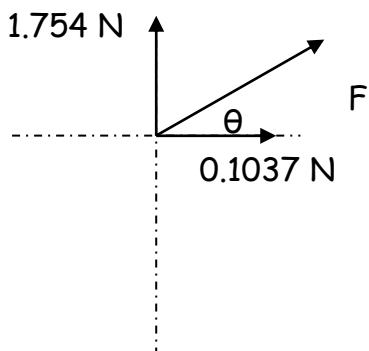


Figure 2.9

$$F = \sqrt{1.754^2 + 0.1037^2}$$

$$= 1.757 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{1.754}{0.1037}$$

$$\theta = 86.61^\circ$$

Example 2.4: An object of mass 4 kg is attached to the lower end of a light inextensible string. The upper end is fixed to a wall. A horizontal force of P Newtons is applied to the free end of the string so that the string makes an angle of θ with the downward vertical and

with a tension of 200 N. If the 4 kg mass rests in equilibrium, find P and θ .

نمونه: تهنیکی بارسته (4 kg) ی بهستراره به کۆتایی خوارهوی پهتیکه نهکشای سوکوه. کۆتایی سهروهوی بهستراره به دیواریکهوه. هیزیکه ناسوی (P) نیوتنی دانرا لهسه سه ره بهره لاکه ی تری پهتیکه بهمهش پهتیکه گوشه ی (θ) ی دروستکرد لهگه ل ستونی پرووی خوارهوه وه به گرزی (200 N). نهگه بارسته (4 kg) هکه به هاوسهنگی بههستیت. (P) و (θ) بدۆزهروه.

Solution

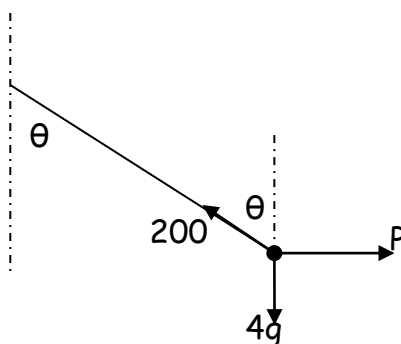


Figure 2.10

Resolving Vertically

horizontally

$$200\cos\theta=4g$$

$$200\sin\theta=P$$

$$\cos\theta=4 \times 9.8 \div 200$$

$$200\sin 78.58=P$$

Resolving

$$\cos\theta = 39.6 \div 200$$

$$0.98 = P$$

$$\cos\theta = 0.198$$

$$P = 196.04 \text{ N}$$

$$\theta = 78.58^\circ$$

Example 2.5: An object of mass m kg is attached to the lower end of a light inextensible string, the upper end of which is fixed to a wall. A horizontal force of 40 N is applied to the free end of the string so that the string makes an angle of θ with the downward vertical and experiences a tension of 90 N. If the particle rests in equilibrium find θ and m .

نمونه: تهنیکی بارسته (m kg) ی بهستراوه به کۆتایی خوارهوهی پهنیکی نهکشای سوکهوه. کۆتایی سهروهی بهستراوه به دیواریکهوه. هیزیکی ناسوی (40 N) دانرا لهسه سهره بهره لاکهی تری پهنکه بهمهش پوتوکه گۆشهی (θ) ی دروستکرد لهگهل ستونی رووی خوارهوه وه به گرژی (90 N). نهگهر بارسته (4 kg) هکه به هاوسهنگی بوهستیت. (m) و (θ) بدۆزهروه.

Solution

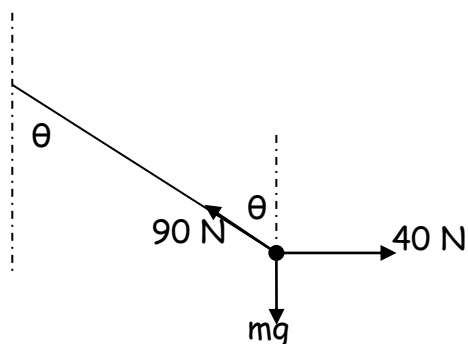


Figure 2.11

Resolving horizontally
vertically

$$90\sin\theta=40$$

$$90\cos\theta=mg$$

$$\sin\theta=40 \div 90$$

$$90\cos 26.39=mg$$

$$\sin\theta=0.444$$

$$0.896=9.8m$$

$$\theta=26.39^\circ$$

$$80.623=9.8m$$

$$m=8.23 \text{ kg}$$

Resolving

$$90 \times$$

$$80.623 \div 9.8=m$$

Example 2.6: An object of mass 5 kg is supported by two inextensible strings, the other ends of which are attached to 2 fixed points P and Q on a ceiling. The 5 kg mass rests in equilibrium with one string with a tension T Newtons and inclined at 30° to the horizontal and the other with a force of S Newtons and inclined at 45° to the horizontal. Find T and S.

نمونه: تهنیکی بارسته (5 kg) ی راگیر کراوه به دوو پهتیی نهکشاو، کۆتایهکانی بهستراوه به دوو خالی جیگیرهوه P و Q به سهققیکهوه. بارسته (5 kg) مکه به هاوسهنگی وهستاوه به یهک پهت به گرژی (T) نیوتن وه به لاری (30°) بو ئاسۆ وه ئهوهی تریان به هیزیکی (S) نیوتنی وه به لاری (45°) بو ئاسۆ. (S) و (T) بدۆزهروه.

Solution

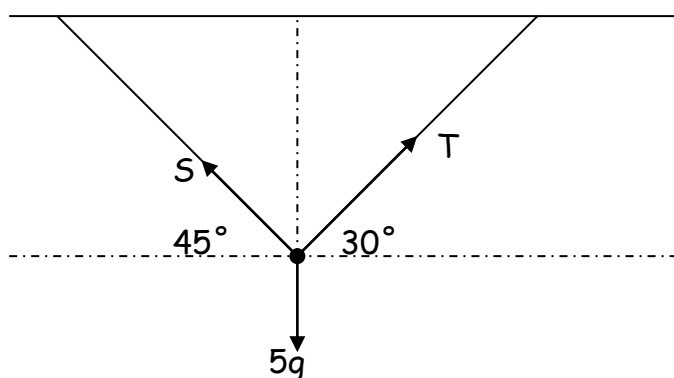


Figure 2.12

به ئاسۆیی شیهتهکردن Resolving horizontally

$$S \cos 45 = T \cos 30$$

$$0.707S = 0.866T$$

$$S = (0.866 \times T) \div 0.707$$

$$S = 1.225 T \dots\dots\dots(1)$$

به شاولی شیتهلکردن vertically

$$S \sin 45 + T \sin 30 = 5g$$

$$0.707S + 0.5T = 5 \times 9.8$$

$$0.707S + 0.5T = 49 \dots\dots\dots(2)$$

Substituting equation (1) into equation (2)

دانانهوهی هاوکیشهی (1) بوناو هاوکیشهی (2)

$$0.707 \times 1.225T + 0.5T = 49$$

$$0.866T + 0.5T = 49$$

$$1.366T = 49$$

$$T = 49 \div 1.366$$

$$T = 35.87 \text{ N}$$

$$S = 1.225 \times 35.87$$

$$S = 43.93 \text{ N}$$

2.8 Parallelogram Law

یاسای لاتهریب

ههنگاهکانی شیکارکردنی پرسیار به ریگهی لاتهریب:

1. به هۆی دوو هیزه که ی پرسیار که وه لا تهریبیک دروست ده که یین بهم شیوه یه:

هیزی یه کهم تهریب به هیزی دوو به هیلکی شاراهه (hidden line) دریز ده که یه وه، وه هیزی دوو همیش تهریب به هیزی یه کهمی هه یه چونکه تهریبه پی. ئهم دوو هیزه دریز کراوه یه له خالیکدا یه که ده گرن ناوی ده نین (P)، وه خالی (P) به خالی بنه رت (بنچینه ی) (origin) ده که یه نین و ناوی ده نین R

$$\vec{OP} = R$$

ئهو گۆشه یه ی به رامبه ر (R) ه هه موو کات بریتیه له (θ)

2. یاسای لاتهریب Parallelogram ده نویسین.

3. پرسیار که شیکار ده که یین.

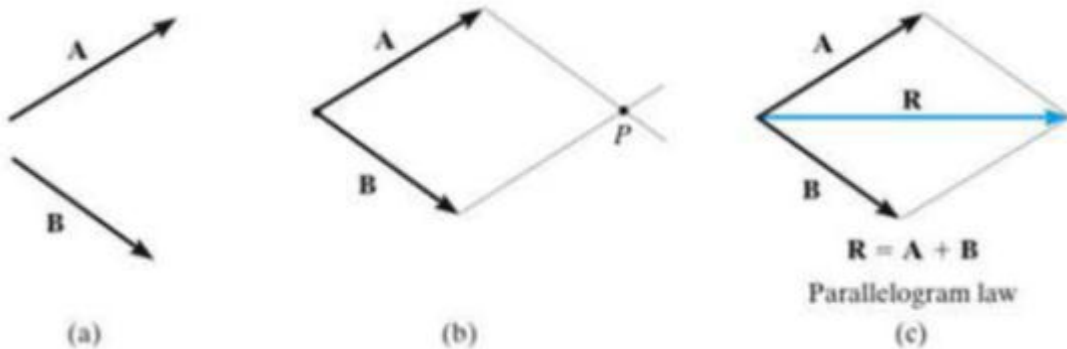


Figure 2.13

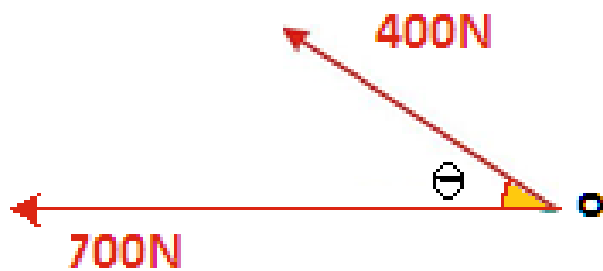
$$R = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2) - (2F_1F_2 \cos \alpha)}$$

$$\theta = 180 - \alpha$$

$\cos\theta$: ههمیشه گوشه‌ی بهرامبه (R) ههکویه

که رنگه گوشه‌ی بهرامبه (R) ههکه ناوی (θ) بییت یان (β) یان (α) یان (χ) بییت یان ههر ناویکی دیکه.

Example 2.7: At what angle θ must the 400N Force be applied in order that the resultant (R) of the two forces will have magnitude of 1000N? For this condition what will be the angle β between R and the horizontal.



Figure

2.14

نمونه: به چوارگوشه‌یهک (θ) پپویسته هیزی (N400) دابنریت بو ئهوهی که بهرهنجانی دوو هیزهکه بری (N1000) هبییت، بو ئهم مهرجه گوشه‌ی (β) دهبییت چهند بییت له نیوان هیزی بهرهنجام و ئاسۆ؟

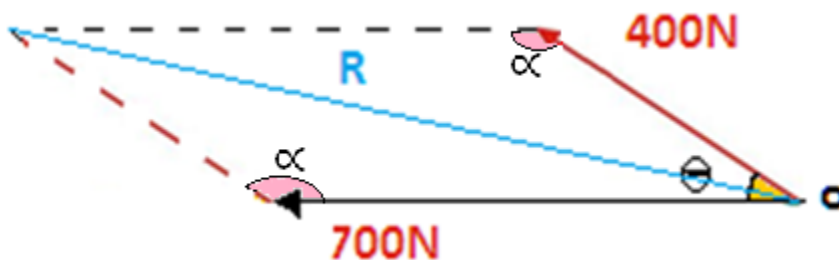


Figure 2.15

$$R = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2) - (2F_1F_2 \cos \alpha)}$$

$$1000 = \sqrt{(400)^2 + (700)^2 - (2 * 400 * 700 \cos \alpha)}$$

هەردوو لایەنی هاوکێشەکان دوو جا دەکەین بۆ ئەوەی ڕێگەکان ئەمێنێت.

$$1000000 = (400^2 + 700^2) - (2 * 400 * 700 * \cos \alpha)$$

$$1000000 = [160000 + 490000] - [560000 * \cos \alpha]$$

$$1000000 - 650000 = -560000 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{350000}{560000} \rightarrow \cos \alpha = -0.625$$

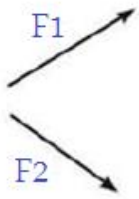
$$\alpha = \cos^{-1}(-0.625) \rightarrow \alpha = 128.6^\circ$$

$$\alpha + \theta = 180 \rightarrow \theta = 180 - 128.6 = 51.2^\circ$$

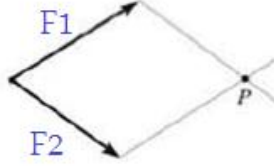
2.9 Triangle law or Lame's equation یاسای سێ گۆشە یان

هاوکێشەکانی لامی

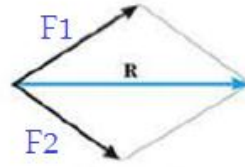
بهههمان ههنگاو ههکانی رینگای لاتهریب (parallelogram) که باسکرا، لاتهریبیک دروست دهکهین که به دوو سئ گوشه پیکهاتوه. سئ گوشهکهی سههروه سئ گوشهکهی خوار موه، که دهبی یهکی له سئ گوشهکان به جیا



(a)

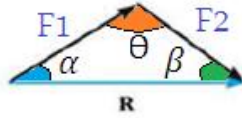
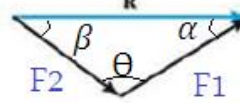


(b)



Parallelogram law

(c)

Triangle
(d)Triangle
(e)

وهه بگرین و نهه یاسایه ی بو بهکار دههینین:

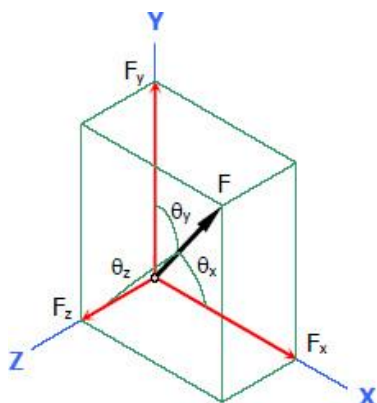
$$\frac{F1}{\sin\beta} = \frac{F2}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\theta}$$

Figure 2.16

هیچ جیاوازیهك نییه کام سیۆگۆشه بهکاردههینین (سهرهوه یا خوارهوه)

2.10 Tree dimensions

Another commonod convenient method. For determining the component of a free Force purticularly in three dimensions. [For free force] .



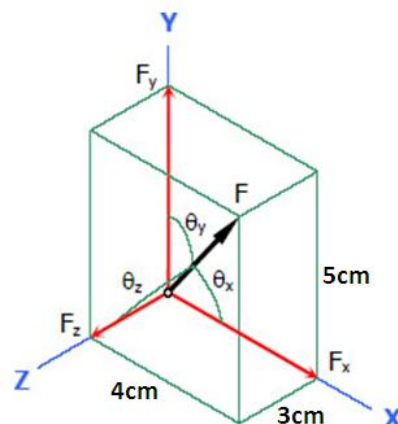
ریڤگایهکی گونجاوی گشتی تر بو دۆزینهوهی پیکنهرهکانی هیزیکی سهربهست به تایبتهتی به سێ ئاراسته. هیزی سهربهست (Free Force): ئهوه هیزیه کهله سوچیکی نرخی دورهکهوه بو سوچه بهرامبهره بهرزهکههی ژورهکه دهرووات واته تهنها به بوشاریدا دهرووات. ئهم هیزه 90٪ لهناو سندوقدا ههمانه.

Figure 2.17

Free force ههموو کات دابهش دهکریت بو سێ پیکهینهر (x, y, z)

Example 2.8: Determine three components of the 350N forces.

نمونه: سێ پیکنهرهکه هیزه 350N که بدۆزهرهوه.



$$\text{long of } F = \sqrt{(Fx)^2 + (Fy)^2 + (Fz)^2}$$

Figure 2.18

$$= \sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{49} = 7\text{cm}$$

$$\text{Scale} = \frac{\text{Force}}{\text{length}}$$

$$\text{Scale} = \frac{350\text{N}}{7\text{cm}} = (50\text{ N})/(\text{cm})$$

$$F_x = 4\text{cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 200\text{N} \rightarrow$$

$$F_y = 5\text{cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 250\text{N} \uparrow$$

$$F_z = 3\text{cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 150\text{N} \checkmark$$

Check :

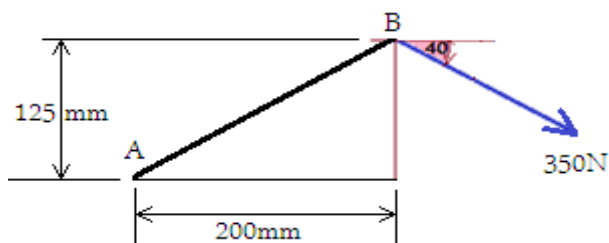
$$R \text{ result} = \sqrt{(200)^2 + (250)^2 + (150)^2} = 350\text{ N}$$

گۆشهكانمان دههاتى وهك ئهم شىوهى لای خوار هوه داواى دۆزینهوهى
ههريهكه له F_x ، F_y ، F_z دهكات .
وه بههۆى ئهم سى ياسايه F_x ، F_y ، F_z ده دۆزینهوه .

$$F_x = F \cos \theta_x$$

$$F_y = F \cos \theta_y$$

$$F_z = F \cos \theta_z$$



Example 2.9: A:

Find the two rectangular component of the 350N force. **B:**

Resolve the 350N force into two component one along AB and the other perpendicular on it.

Figure 2.19

نموه: A: دوو پیکنهره لاکیشه یییه که ی هیزه (350N) هکه بدۆزه ره وه. B: هیزه (350N) هکه شیته لکه بو دوو پیکنهر یه کیکیان به دریزی AB وه ئه وه ی تریان ئه ستون له سه ری.

: A

$$F_x = F \cos 40$$

$$= 350 \cos 40$$

$$= 268.11 \text{ N} \rightarrow$$

Or $F_x = F \cos 50$

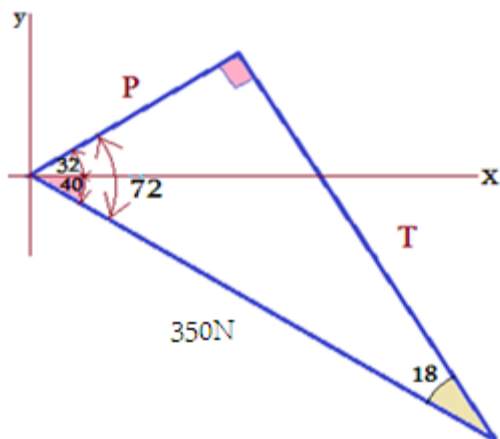


Figure 2.20

$$F_y = F \cos 50 \quad \text{or} \quad F_y = F \sin 40$$

$$F_y = 350 \cos 50 \quad \text{or} \quad F_y = 350 \sin 40$$

$$F_y = 224.9 \text{ N} \downarrow \quad \quad \quad F_y = 224.9 \text{ N} \downarrow$$

$$\tan\theta = \frac{125}{200} \rightarrow \theta = 32^\circ$$

B:

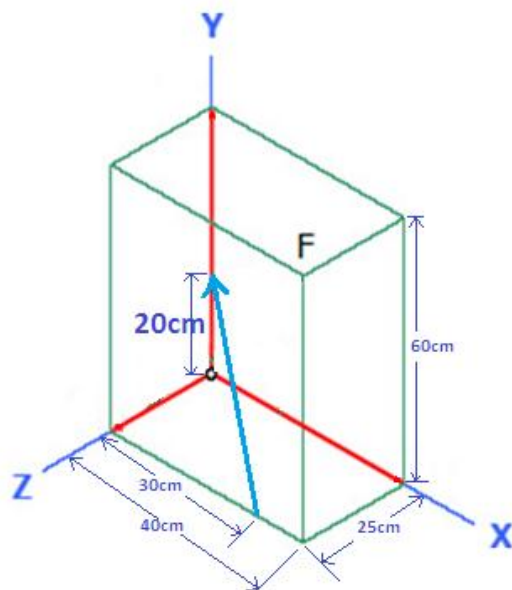
$$\frac{350}{\sin 90} = \frac{P}{\sin 18} = \frac{T}{\sin 72}$$

$$T = 350 * \sin 72 = 332.869$$

$$P = 350 * \sin 18 = 108.15$$

Example 2.10: Determine the rectangular components of the 20KN force F.

نمونه: پیکنهره لاکیشه ییبیه کانی هیزه
(KN20) هکه بدۆزه ره وه.



$$\begin{aligned} \text{long of } F &= \sqrt{(30)^2 + (20)^2 + (25)^2} \\ &= \sqrt{900 + 400 + 625} \\ &= 43.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Figure 2.21

$$Scale = \frac{Force}{long\ of\ F} = 43.8cm/20KN$$

$$F_x = 30cm * 20KN/43.8cm = 13.6KN \leftarrow$$

$$F_y = 20cm * 20KN/43.8cm = 0.9KN \uparrow$$

$$F_z = 25cm * (20KN)/43.8cm = 11.4KN \checkmark$$

ئىمه تهنه يهك جار بهم دنيايدا تتيپر دهبين،
كهواته باله كردنى چاكهكاندا دريغى نهكهين،
چونكه جاريكى ديكه ناتوانين بگهريينهوه،
تهنانهت بو كردنى يهك چاكهش.

Example 2.11: Determine a set of three rectangular component of the 170lb force in figure 2.22.

نمونه: تتيكراي سى پيكنهه
لاكيشيهكهى (170lb) بدوزه ره وه
له وينهكه (2.22) دا.

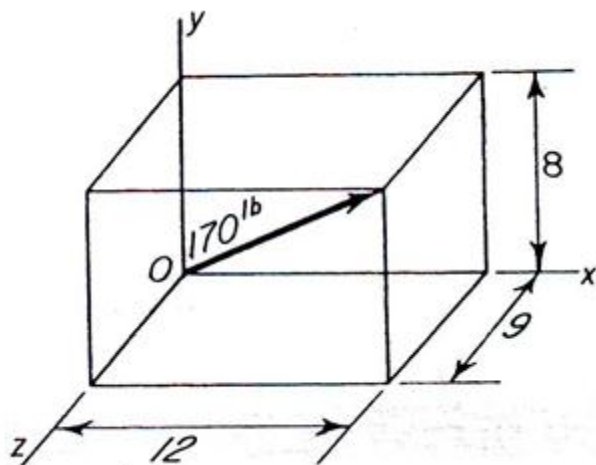


Figure 2.22

$$\text{long of } F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + (8)^2 + (9)^2}$$

$$= 17 \text{ ft}$$

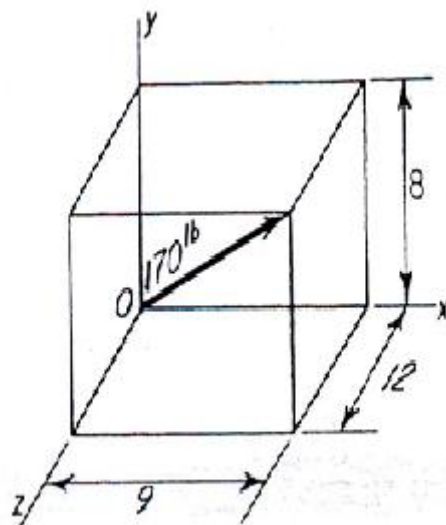
$$\text{Scale} = \frac{170}{70} = 10 \text{ lb/ft}$$

$$F_x = 12 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 120 \text{ lb} \rightarrow$$

$$F_y = 8 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 80 \text{ lb} \uparrow$$

$$F_z = 9 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 90 \text{ lb} \checkmark$$

Example 2.12: determine a set of three rectangular components of the 170lb force in figure 2.23.



نمونه/ تیکرای سی پیکنهره لاکیشهیییهکهی هیزی (lb 170) بدۆزه رهوه
لهوینه 2.23 دا.

$$\text{long of } F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + (8)^2 + (9)^2}$$

$$= 17 \text{ ft}$$

Figure 2.23

$$\text{Scale} = \frac{\text{force}}{\text{length}} = \frac{170}{17} = 10 \text{ N / ft}$$

$$F_x = 10 * 9 = 90 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_y = 8 * 10 = 80 \text{ N} \uparrow$$

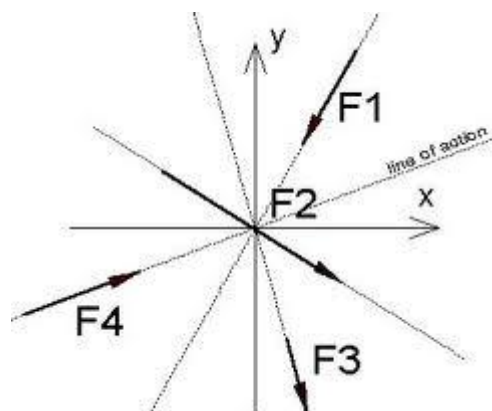
$$F_z = 12 * 10 = 120 \text{ N} \checkmark$$

2.11 Resultant of force system

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیز

2.12 Concurrent coplanar Forces

هیزه بهیه‌ک‌گه‌شتوو هکان



A

concurrent force system is a category of force systems wherein all of the forces act at the same point.

کۆمه‌له هیزیکى بهیه‌ک‌گه‌شتوو

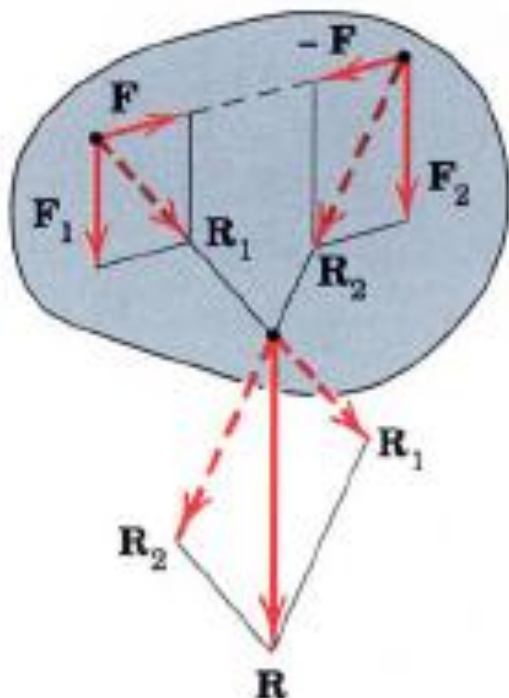
هاوروته‌خت بریتیه له جۆریکی کۆمه‌له هیزه‌کان که تیایدا ههمو هیزه‌کان کارده‌کهنه ههمان خال.

Figure 2.24

2.13 Resultant of a non-concurrent coplanar force system.

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیزیکى بهیه‌کنه‌گه‌شتوو هاوروو ته‌خت.

یهکهم جار له F1 وه بو
 F2 لاتهریب دروست
 دهکەین وه بهرەنجام مان
 دەست دهکەوئیت R پاشان
 بهم شیوهیه F1، F2 له دوو
 هیزه وه گۆراوه بو یهک هیز
 که R، وه ئەم هیزهش
 لهگەڵ F3 لاتهریبی بو
 دروست دهکەین.



پاشان به ههر دوو
 بهرەنجامه که لاتهریبی
 دروست دهکەین بهم
 شیوهیهیی خواره وه:

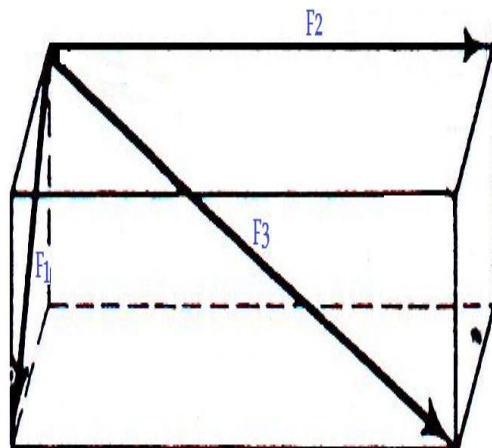
Figure 2.25

2.14 Resultant of a concurrent non_coplanar force system:

C: بهرەنجامی کۆمهله هیزیکی بهیهگهیشتوی رووتەخت جیاواز

تێبینی: له ههموو نمونهیهکدا وه له ههموو
 (پرسیار یکدا) دهبی یهکهم جار هیزهکان
 شیتهل بکەین بو پینکەرەکانی.

$$\sum F_x = F_{2x} + F_{1x}$$



$$\sum F_y = F_{1y} - F_{3y}$$

$$\sum F_z = F_{1z} + F_{3z}$$

$$(RT)^2 = (F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2$$

Figure

2.26

2.15 Resultant of a parallel non coplanar force system.

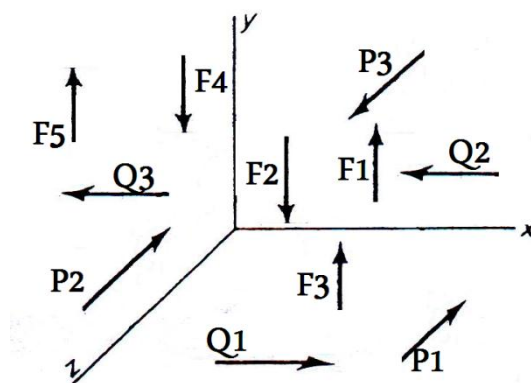
بهره‌نجامی کۆمه‌له هێزێکی ته‌ریبی رووتهخت جیاواز.

$$RT_y = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + F_5$$

$$RT_x = Q_1 - Q_2 - Q_3$$

$$RT_z = -P_1 - P_2 + P_3$$

ئهو هێزانه‌ی که به ئاراسته‌ی ههر سه‌ی
ته‌هره‌ی (x, y, z) به پۆزهنه‌تیف دایان
ده‌نێین،
ئهو انه‌ی که به پێچه‌وانه‌وه‌ن به نێگه‌تیف



دایان ده‌نێین.

Figure 2.27

Example 2.13: Resolve the 130lb force into two component one along AB and the other parallel to CD.

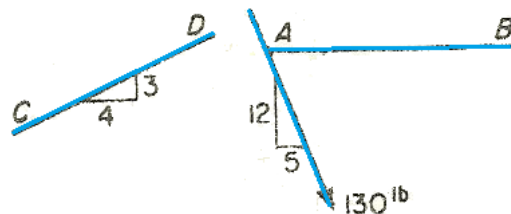
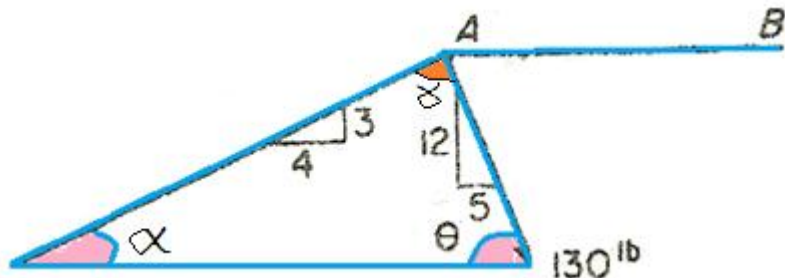


Figure 2.28

نمونه: هیزه (130lb) هکه شیتته لکه بو دوو پیکنهر، یه کیکیان به دریزی (AB) وه نهوهی تریان ته ریب به (CD).

$$\tan \theta = \frac{12}{5}$$



$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{12}{5} \right)$$

$$\theta = 67.8^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) = 36.8$$

Figure 2.29

$$\chi = 180 - (36.8 + 67.8) = 75.75^\circ$$

$$\frac{130}{\sin 36.8} = \frac{F_{Ac}}{\sin \theta} = \frac{F_{Co}}{\sin \chi}$$

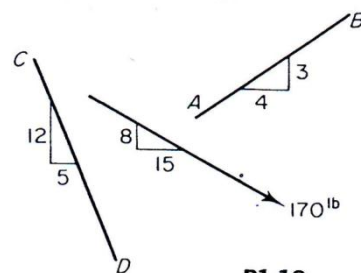
46

$$F_{AC} = 130 * \frac{\sin \theta}{\sin 36.8} = \frac{120.36}{0.59} = 204 \text{ lb}$$

$$F_{CO} = \frac{130 \sin \lambda}{\sin 36.8} = \frac{126}{0.59} = 213.55 \text{ lb}$$

Example 2.14: Resolve 170N force into two component one along AB and the other parallel CD.

نمونه: هیزی (170N) شیتەل بکه بو دوو پیکنەر
یەکیکیان بە درێژی (AB) وە ئەوەی تریان تەریب بە



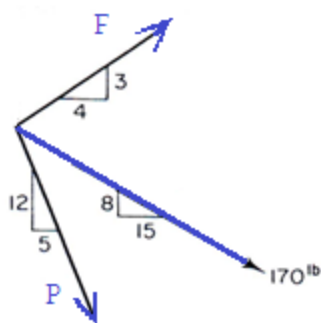
P1-10

.(CD)

Figure 2.30

Solution:

تییینی: ئەو پیکنەرە ی که شیتەلمان کردوو بە درێژی AB یە. هەمان
(slope) ی AB دەبینیت. وە ئەگەر وتی تەریب بە CD یان هەر



راسته هیلکی دیکه ئەوا هه‌مان لاری slope ی راسته هیلکه‌کی ده‌بی ئەو پیکه‌ره‌ی که شیت‌ه‌مان کردووه. به‌لام ئەگهر وتی ئەستون بن له‌سه‌ری ئەوا عه‌کسی slope یان ده‌بیت.

تیبینی: باشت‌رین شیکار بۆ پرسیاری که سی هیزی تیابی ریگای لامیه (سی گوشه‌ی لامیه)

گاما: γ

ئه‌لفا: α

ئیتا: θ

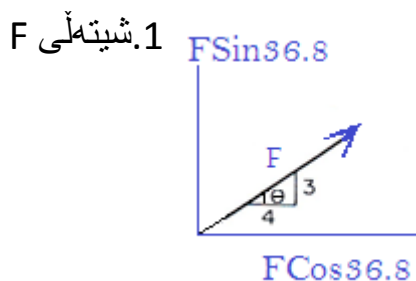
Figure 2.31

تیبینی: ئەم وشانه له بنچینه‌دا یونانین و هیمان بۆ زۆر شت. ئەم سی هیزه به‌جیا شیت‌ه‌یان ده‌که‌ین:

$$\tan \beta = \frac{3}{4}$$

Figure 2.32

$$\beta = 36.8$$



$$\tan \alpha = \frac{8}{5}$$

$$\alpha = 28^\circ$$

N170

2. شیت‌ه‌لی

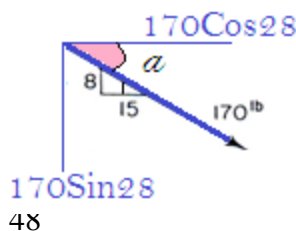


Figure 2.33

3. شیتەلی P

$$\tan \chi = \frac{7}{12}$$

$$\chi = 30^\circ$$

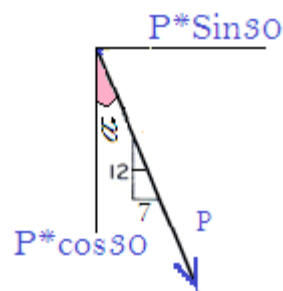


Figure 2.34

$$\sum F_x = 170 \cos 28 = F \cos 36.8 + P \sin 30$$

$$\sum F_y = -170 \sin 28 = F \sin 36.8 - P \cos 30$$

$$150 = F * 0.8 + P * 0.5 \text{ ----- (1)}$$

$$-79.81 = F * 0.59 - P * 0.86 \text{ ----- (2)}$$

Adding equation (1) and (2)

$$229.81 = 0.21 + P * 1.36$$

$$P = 168 \text{ lb}$$

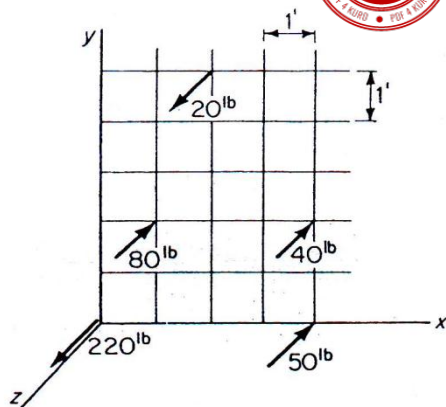
$$150 = F * 0.8 + P * 0.5$$

$$150 = F * 0.8 + 168 * 0.5$$

$$F = 82 \text{ lb}$$

Example 2.15: Determine the resultant of the five parallel force shown in the figure 2.35 and locate its position on sketch of the coordinate.

نموه: بهرهنجامی پینج هیزی تهریب پیشاندر او له وینهی 2.35 دا بدۆزهره وه شوینهکهی دابنی لهسهر هیلکاری پۆوتانهکه.



P2-57

Figure 2.35

Solution:

هموو هیزهکان تهریب به Z-axis

$$R = +220 - 50 - 40 - 80 + 20$$

$$70 = \quad \text{lb}$$

زهبری R به دهوری y دا = زهبری ههر پینج هیزهکه بهیهکهوه به دهوری y دا.

$$M_y = F * S$$

$$* 70S = -80 * 1 - 40 * 4 - 50 * 4 + 20 * 2$$

$$* 70S = -80 - 160 - 200 + 40$$

$$* 70S = -400$$

$$S = 5.7 \text{ft}$$

دوریهکهی له تهورهی y هوه = 5.7

لهسهر هیلکی نیگهتیفی (X) هوه 5.7 دیاری دهکهین

$$M_x = 70 * L = +40 * 2 + 80 * 2 - 20 * 5$$

$$70 * L = 80 + 160 - 100$$

L=0.2

Example 2.16: Combine the two forces P and T which acts on the fixed structure at B into a single equivalent force R1. By Geometric and algebraic solution.

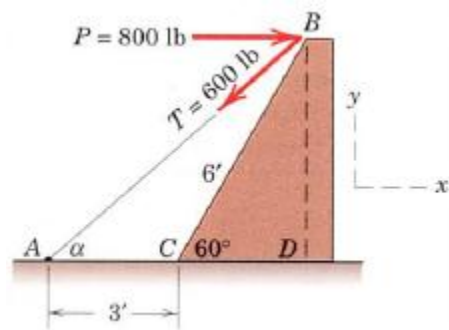


Figure 2.36

نمونه: دو هیزی (P) و (T) کۆبکهرهوه که کار دهکهنه سهر پهیکهره جیگرهکه به ئەندازمو جهر له (B) بو تاکه هیزیکی هاوتنا R1، By.

It's solution by first method:

$$\tan \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{6 \sin 60}{3 + 6 \cos 60} = \left(\frac{5.196}{6} \right) = (0.805)$$

$$\alpha = 40.856^\circ$$

$$R = \sqrt{800^2 + 600^2 - (2 * 800 * 600 \cos \alpha)}$$

$$R = \sqrt{640000 + 360000 - (960000 \cos 40.856)}$$

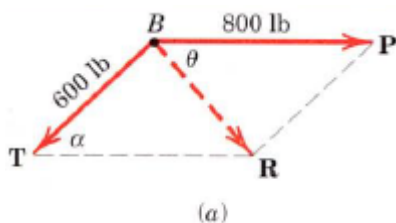
$$R = 524 \text{ lb}$$

It's solution by second method

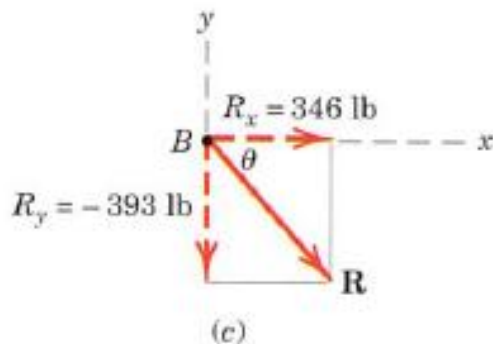
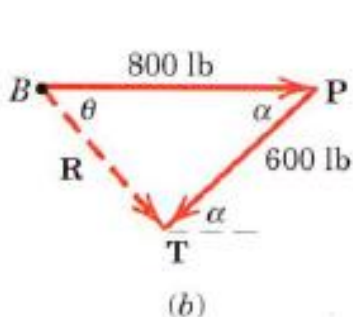
$$\sum F_x = 800 - 600 \cos 40.856$$

$$\sum F_x = 346 \text{ lb}$$

رێگای شیتهل



$$\sum F_y = -600 \sin 40.856 = -492 \text{ lb}$$



$$R = 523 \text{ lb}$$

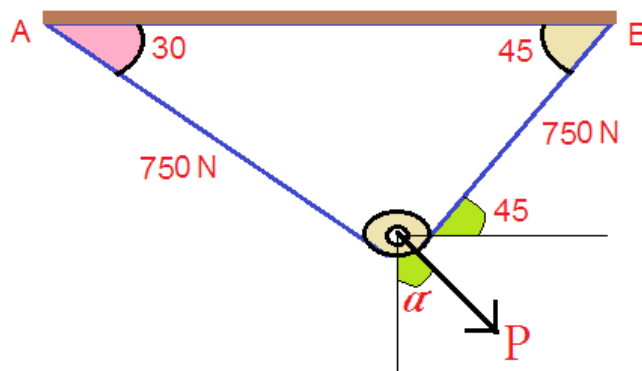
$$\tan \theta = \frac{392}{346}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{392}{346}$$

$$\theta = 48.56^\circ$$

Figure 2.37

Example 2.17: The force P is applied to a small wheel which rolls on the cable ACB knowing that the tension in both parts of the cable is 750 N determine the magnitude and direction of P by



in both parts of the cable is 750 N determine the magnitude and direction of P by

using Lame's equation

نمونه: هیزی (P) خراوته سهه خلۆكهیهکی بچوك كه دهخولیتهوه لهسهه
 کینلی (ACB) زانراوه که گرژی له ههردو بهشهکهی کینلکهدا (N750) ه.
 پر و ئارستهی (P) بدۆزه مهوه به بهکار هینانی لاکیشهی
 لامی.

Figure 2.38

$$\theta = 45 + \alpha$$

Angles of triangle = 180°

$$180 = 30 + 45 + \theta + \beta$$

$$180 = 75 + \theta + \beta$$

$$105 = \theta + \beta$$

$$105 - \theta = \beta \dots\dots\dots 1$$

$$\frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin \beta} = \frac{750}{\sin \theta} \dots\dots\dots$$

Lamise's equation

$$\frac{750}{\sin \theta} = \frac{750}{\sin(105 - \theta)}$$

$$\left(\frac{750}{\sin \theta} = \frac{750}{\sin 105 \cos \theta - \sin \theta \cos 105} \right)$$

Because $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$

$$\sin \theta = \sin 105 \cos \theta - \sin \theta \cos 105$$

به دوو لا و دوو ناوهند

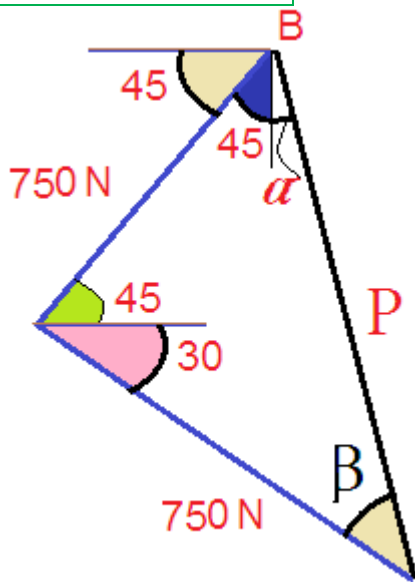


Figure 2.39

$$\sin\theta = 0.9\cos\theta - \sin\theta * (-0.2)$$

$$\sin\theta = 0.9\cos\theta + 0.2\sin\theta$$

$$\sin\theta - 0.2\sin\theta = 0.9\cos\theta$$

$$0.8\sin\theta = 0.9\cos\theta$$

$$\frac{0.8\sin\theta}{\cos\theta} = 0.9$$

$$0.8 \tan\theta = 0.9 \rightarrow \tan\theta = \frac{0.9}{0.8} \rightarrow \theta = 49^\circ$$

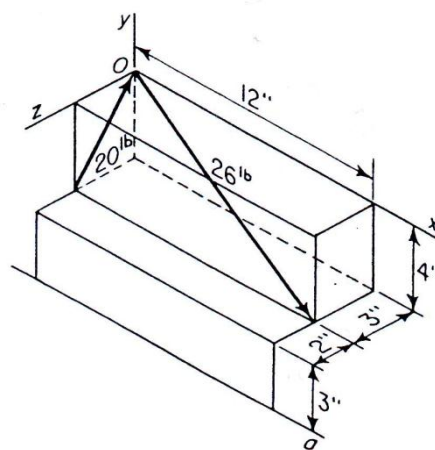
$$\beta = 105 - 49 = 56^\circ$$

$$\Theta = \alpha + 45 \rightarrow \alpha = \theta - 49^\circ = 49 - 45 = 4$$

$$\frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin \beta} \rightarrow \frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin 56}$$

$$\frac{p}{\sin 75} = 914.63 \rightarrow P = 883.4N$$

Example 2.18: Determine x, y, z component of the 26lb force and the moment of the 26lb force with respect to the a-axis, and find the result of the 26lb with 20lb.



نمونه: پینکەر مکانی (X) و (y) و (Z) ی
هیزه ی (26lb) دیاری بکه وه زهبری هیزه
(26lb) مکه بهگویره ی تهوهره ی (a) وه

بهره‌نجامی (26lb) له‌گه‌ڵ (20lb) هه‌که بدۆزهر موه.

Figure 2.40

$$\begin{aligned} \text{Long of 20lb} &= \sqrt{Fx^2 + Fy^2 + Fz^2} \\ &= \sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2} \\ &= 13 \text{ Ft} \end{aligned}$$

$$\text{Scal} = \frac{26}{13} = 2 \text{ lb.ft}$$

$$F_x = 12 * 2 = 24 \text{ lb} \rightarrow$$

$$F_y = 4 * 2 = 8 \text{ lb} \uparrow$$

$$F_z = 3 * 2 = 6 \text{ lb} \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{maa} &= 8 * 5 - 6 * (4 * 3) \\ &= 40 - 42 = -2 \text{ lb.ft} \end{aligned}$$

Resultant of all forces:

$$\sum F_x = 24$$

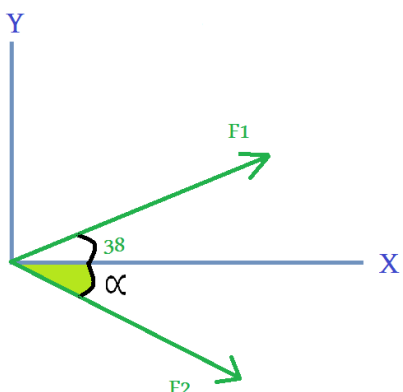
$$\sum F_y = -8 + 20 \sin 52$$

$$\sum F_z = 6 + 20 \cos 52$$

R=

Force F as vector * F=20

$$F = + 24i - 8j + 6k$$



Example 2.19: Two forces are applied to an eye bracket as show in figure the resultant R of the two forces has a magnitude of 1000lb its line of action is directed along the X axes if the force F1 has a magnitude of 250lb ،

determine .1.The magnitude of the force F2. .2The angle(α) between the X axes and the line of action of the force F2.

Figure 2.41

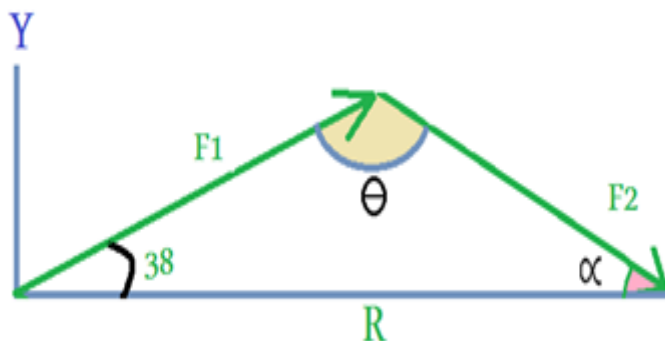
نمونه: دو هیز دانرا بۆ کهوانهیهکی چاوی (واته ئهو هیزه ی که له چاو دهچیت) وەک له وینهکهدا دیاره، بهرنجانی دوو هیزه که بری 1000lb هیه، هیلێ کارهکهی ئارسته کراوه به دریزی تهوره ی X نهگهر هیزی (F1) بری (250lb) ههبیته. 1. نرخه هیزی (F2) بدۆزه ره وه. 2. گۆشه ی (α) یی نیوان تهوره ی (X) و هیلێ کاری هیزی F2 بدۆزه ره وه.

سیگۆشه که وهردهگرین و یاسای سیگۆشه ی بهسهردا دهسهپنین.

Figure 2.42

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{F2}{\sin 38} = \frac{F1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1000}{\sin\theta} = \frac{F2}{\sin 38} = \frac{250}{\sin \alpha}$$



Angle of triangle=180°

$$\alpha - \theta + 38 = 180 \rightarrow \theta = 180 - 38 + \alpha$$

$$\alpha) - \theta = 142$$

$$\frac{1000}{\sin(142 - \alpha)} = \frac{250}{\sin \alpha}$$

دوولا و دوو ناوهند دهكەين.

$$250 \sin(142 - \alpha) = 1000 \sin \alpha \quad (\div 250)$$

$$\sin(142 - \alpha) = 4 \sin \alpha$$

$$\sin 142 \cos \alpha - \cos 142 \sin \alpha = 4 \sin \alpha$$

$$0.61 \cos \alpha - (-0.87 * \sin \alpha) = 4 \sin \alpha \quad (\div \sin \alpha)$$

$$0.61 \cot \alpha + 0.87 = 4 \quad \text{note: } \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$0.61 \cot \alpha = 4 - 0.87$$

$$0.61 \cot \alpha = 3.21 \rightarrow \cot \alpha = 5.25 \rightarrow \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{5.25}$$

$$\tan \alpha = 0.18 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0.18)$$

$$\alpha = 10.75$$

$$\text{note: } \frac{1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{F_2}{\sin 38} = \frac{250}{\sin \alpha} \rightarrow F_2 = \frac{250 \sin 38}{\sin 10.75}$$

$$= 825.1 \text{ lb}$$

Example 2.20: Two forces are applied to angle bolt as shown in

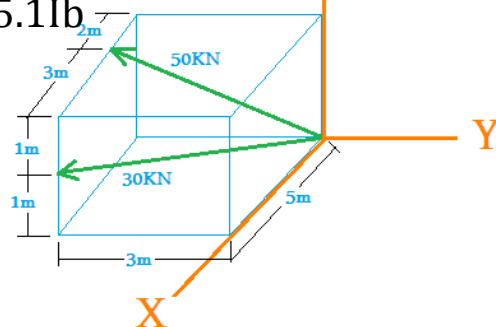


figure **2.43** Determine. **A:** The x ,y and z Scaler components of force F1. **B:** Express force F1 in Cartesian vector form. **C:** The angle α between forces F1 and Fz.

Figure 2.43

نموه/ دوو هیز دانرانه سهه بر غویهکی چاوی وهک له وینهی **2.43** دا دیاره: **a:** پیکنهه ژمارهیهکانی x, y, z ی F_1 بدۆزهوه. **B:** هیزی F_1 به شیوهی ئارسته بری کارتیزهین دهه بیره. **c:** گوشهی (α) ی نیوان هیزهکانی (F_1) و (F_2) بدۆزهوه.

A: Force F1

$$F_1 = 30\text{KN}$$

$$F_x = 5\text{m}$$

$$F_z = 1\text{m}$$

$$F_y = -3\text{m}$$

$$\text{Long of } F_1 = \sqrt{5^2 + 1^2 + 3^2} = 5.91\text{m}$$

$$\text{Scal} = \frac{50}{5.91} = 5.07 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

Scalar component of force F1

$$F_x = 5 * 5.07 = 25.35\text{KN} \checkmark$$

$$F_y = 3 * 5.07 = 15.21\text{KN} \leftarrow$$

$$F_z = 1 * 5.07 = 5.07\text{KN} \uparrow$$

Cartesian vector form to F1:

B:

$$F_1 = 25.35i - 15.21j + 5.07k$$

C: Force F2:

$$F_x = 2m$$

$$F_y = 3m$$

$$F_z = 2m$$

$$\text{Long of } F_2 = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = 4.12m$$

$$\text{Scal} = \frac{50}{4.12} = 12.13 \frac{KN}{m}$$

$$F_x = 12.13 * 2 = 24.26KN \checkmark$$

$$F_y = 12.13 * 3 = 36.39KN \leftarrow$$

$$F_z = 12.13 * 2 = 24.26KN \uparrow$$

$$\sum F_x = 25.35 + 24.26 = 49.61KN$$

$$\sum F_y = 15.21 + 36.39 = 51.6KN$$

$$\sum F_z = 5.07 + 24.26 = 29.33KN$$

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2}$$

$$R = 77.35KN$$

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (2F_1F_2\cos \alpha)}$$

$$77.35 = \sqrt{(50)^2 + (30)^2 + (2 * 50 * 30 * \cos \alpha)}$$

$$\alpha = 30.5^\circ$$

Example 2.21: The riveted bracket support two forces as shown in figure 2.44. Determine the angle θ so that the resultant force is directed along the positive x-axis. What is the magnitude of the resultant force?

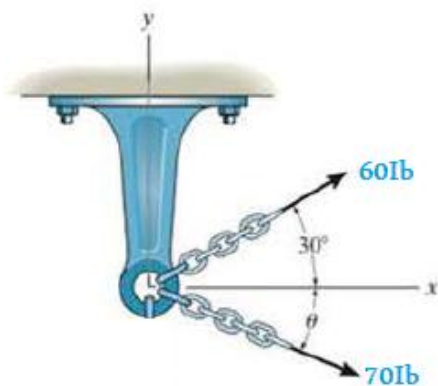


Figure 2.44

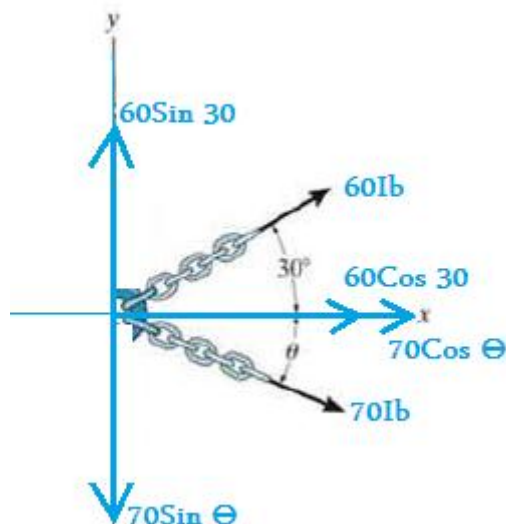
نمونه: كهوانه پهر چكراو كه دو هيز رادهگريت و هك له وینهی 2.44 دا دیاره. گوشه‌ی θ بدۆز مرهوه بۆ ئهوهی هیزه بهر هنجامه كه ئاراسته بکریت به دریزی تهوهی X ی موجب بری ئهم هیزی بهر هنجامه چهنده.

لهپرسیار هكه وتویهتی كه R به ئاراسته‌ی X نیگهتیفه كهواته

$$\sum F_y = 0, \sum F_x = R$$

$$\sum F_y = 60 \sin 30 - 70 \sin \theta$$

$$70 - 30 = 70 \sin \theta$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow 30 = 70 \sin \theta$$

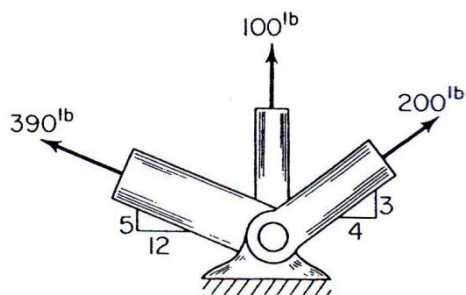
$$\sin \theta = \frac{30}{70} \rightarrow \theta = 25.37^\circ$$

$$\sum F_x = R$$

$$60 \cos 30 + 70 \cos 25.37 = R$$

$$R = 115.2 \text{ lb}$$

Figure 2.45



Example 2.22: Determine the resultant of the concurrent, coplanar force system of figure (2.46)

بەرەنجامی سیستمی کۆمهڵه هیزه

بهیه کگه بيشتوه، هاورووته خته كه ی وینى (2.46) دیاری بکه.

Figure 2.46

$$+\rightarrow \sum F_x = R_x$$

$$= 200 \cos 36.86 - 390 \cos 22.61$$

$$= 200 \cos 36.86 - 390 \cos 22.61 = 160 - 360 \text{ lb} = -199 \text{ lb} = 199 \text{ lb} \leftarrow \quad \tan \theta = \frac{5}{12}$$

$$\uparrow R_y = \sum F_y \quad \theta = 22.61$$

$$=100 + 390 \sin 22.61 + 200 \sin 36.86$$

$$=370 \text{ lb } \uparrow$$

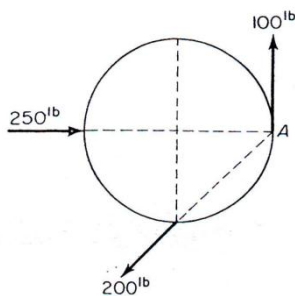
$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 36.86$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{199^2 + 370^2}$$

$$=420.6 \text{ lb}$$



Example 2.23: Determine the resultant of the concurrent, coplanar force system of figure (2.47)

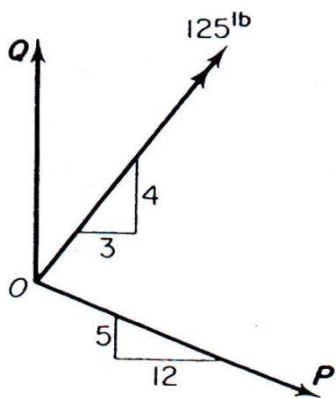
بەرەنجامی سیستمی کۆمهڵه هیزه بهیه کگه‌بیشته، هاوروته‌خته‌که‌ی وینه‌ی (2.47) دیاری بکه.

Figure 2.47

$$\begin{aligned}
 +\rightarrow R_x &= \sum F_x \\
 &= 200 - 250 \cos 45 \\
 &= 108.5 \text{ lb} \rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \uparrow +R_y &= \sum F_y \\
 &= 200 - 100 \sin 45 \\
 &= 41.42 \text{ lb} \\
 &= 41.42 \text{ lb} \downarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\
 R &= \sqrt{106.5^2 + 41.42^2} \\
 R &= 116.3 \text{ lb}
 \end{aligned}$$



Example 2.24: The 125 lb force is the resultant of the two forces P and two Q Shown in the figure 2.48. Determine the magnitudes of P and Q.

هێزه (125 lb) هکه بریتیه له بهرهنجانی دوو هیزی (P) و (Q) که له هێکاریهکهی 2.48 دا پیشاندراون. برهکانی (P) و (Q) دیاری بکه

Figure 2.48

$$\tan\theta = \frac{4}{3} \rightarrow \theta = 53.1^\circ$$

$$\tan\beta = \frac{5}{12} \rightarrow \beta = 22.6^\circ$$

$$+\rightarrow R_x = \sum F_y$$

$$125 \cos 53.1 = P \cos 22.6 \rightarrow$$

$$P = \frac{125 \cos 53.1}{\cos 22.6} = 81.29 \text{ lb}$$

$$+\uparrow R_y = \sum F_y$$

$$125 \sin 53.1 = Q - P \sin 22.6$$

$$Q = 131.19 \text{ lb } \uparrow$$

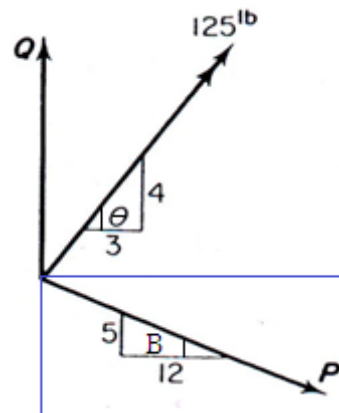


Figure 2.49

بەشیوەیەك قسەبکە، ئەوانی تر، حەز بکەن گۆیت لیبگرن.
و بەشیوەیەك گۆنیگرە، ئەوانی تر ئەز بکەن قسەت بۆ بکەن.

(غاندی)

ئەگەر نەینیهکی خۆت بە کەسێک وت، ئەوا تیریکت داوہ پیی، کە
دنیابە روژیک دیت بەو تیرە دەت پیکیت.

(هیتلەر)

Chapter 3 بهشی

Rigid bodies تهنه سهختهگان

3.1 Moment Or Torque

زهبر

The moment of a force with respect to a line perpendicular is the product of the force and the perpendicular distance from the force to the linear moment axis. Moments have primary dimensions of length \times force. Typical units of moment are foot-pounds ، inch-pounds ، and Newton-meters.

زهبر هیزیک به گویره هی هیلکی ئەستون بریتیه له لیکراوی هیزهکه و دوریه ئەستونهکه له هیزهکهوه بو تهوره هی هیلکی زهبرهکه (تهوره هی خولانهوه). یهکه دیارمکانی زهبر بریتین له پی-پاوهن، ئینج-پاوهن، وه نیوتن-مهتر.

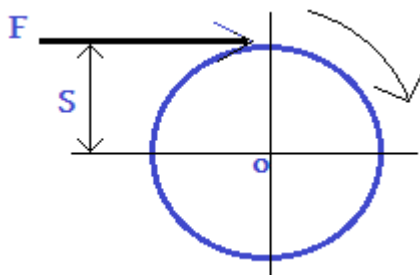


Figure 3.1

$$M = F * S = N.m$$

ئەمە شەفتیکە بە ئاراستەى میلی کاتژمیر دەخولیتەوه.

تیبینی: نیوتن.مەتر لە ئیشدا = جول بەلام نیوتن.مەتر لە زەبردا یەکسان نیه بە جوول.

$$M = F * S$$

ئەمە شەفتیکە بە پیچەوانەى میلی کاتژمیر دەخولیتەوه.

بری زەبر لە خالکی دیاریکراو دەکاتە هیز * دووری خالەکه له هیزهکهوه.

تیبینی: هەر هیزیک تەریب بوو بە تەورەى خولانەوه جولەى بەخول دروست ناکات واتە moment ی نابیت.

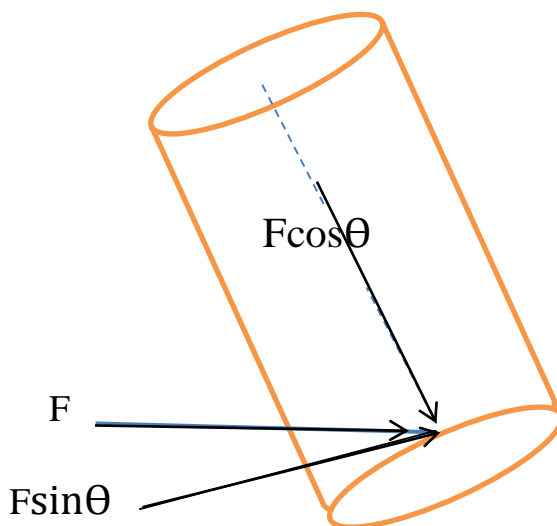


Figure 3.2

The force is inclined according to the rotating axis; it is resolved into two components. $F\cos\theta$ has no moment because it is parallel to linear moment axis.

هێزەکه لار بوو به گۆڕهیی تهوهره‌ی خولانهوه‌که. شیتهل کرا بو دوو پیکنه‌ر. $F\cos\theta$ خولانهوه دروست ناکات واته زهبری نییه. چونکه ته‌ریبه به تهوهره‌ی خولانهوه‌که.

Example 3.1: Determine the moment of F_1 , F_2 , and F_3 about line AB.

نمونه: زهبری F_1 , F_2 , F_3 بدۆزه‌وه به دهوری هێلی (AB) دا.

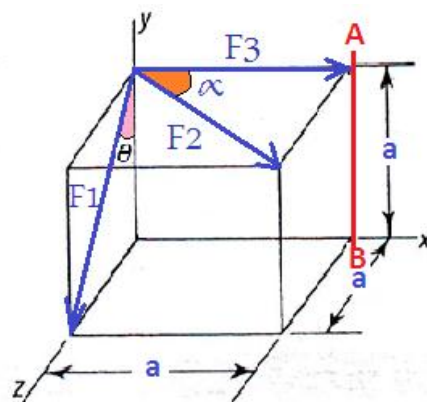


Figure 3.3

M of F_1 about line AB = $F_1 \sin\theta \cdot a$

And $F_1\cos\theta$ has no moment because it is parallel to linear moment axis.

تێبینی 1: $(F_1\cos\theta)$ زهبری نیه چونکه ته‌ریبه بو تهوهره‌ی هێلی زهبره‌که.

تێبینی 2: هێزەکان F_2 , F_1 لارن چونکه له‌سه‌ر لایه‌کانی سندوقه‌که‌دا نه‌رۆیشتون و هه‌ک F_3 که لار نیه و به‌لای سندوقه‌که‌دا رۆشتون.

تیبینی 3: هەر هیزیک به تەوهرهیهکدا برووات زهبری نیه.

$F_2 \cos \alpha$ has no moment because it passes through AB.

تیبینی/ $(F_2 \cos \alpha)$ زهبری نییه چونکه به (AB) دا رویشتوو.

m of F_2 about line AB = $F_2 \sin \alpha * a$

and F_3 has no moment about line AB.

تیبینی/ (F_3) زهبری نییه به دهوری هیلی (AB) دا.

زهبر یان به دهوری خالدایه (point) یان به دهوری (line) دایه.

باری دووهم: ئەگەر هیزهکه به دهوری خالیکدا بوو، لهم باره دا تهنها

ئەگەر به خالەکەدا تێپەر بوو ئەوا زهبری نیه واته له ههموو بارهکانی

تردا زهبری ههیه.

Moment of F_1 about point A = $F_1 \sin \theta * 3$

$$= F_1 \cos \theta * 3$$

Moment of F_2 about point A = $F_2 \sin \alpha * 3$

And $(F_2 \cos \alpha, F_3)$ has no moment about point A.

تیبینی: $(F_2 \cos \alpha)$ وه (F_3) زهبریان نییه به دهوری خالی (A) دا.

3.2 Principle of

بنه‌مای زهبری هیز

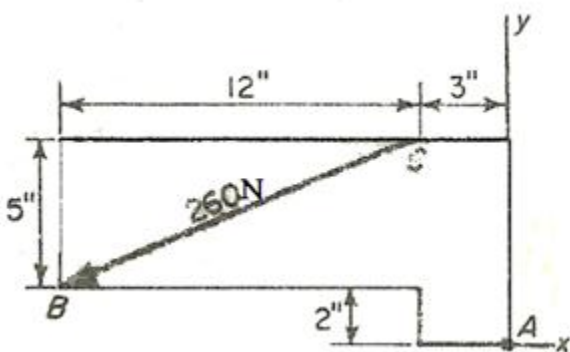
Moment of Force

The principle moment of a force as applied to a force system states that moment of the resultant of the force system with respect to any axis or any point is equal to

the algebraic Sum of the moment of the forces of the system with respect to the sum axis or same point.

بنه‌مای زه‌بری هیزیک که سپینراوه بو کومه‌له هیزیک، ده‌ری ده‌خات که زه‌بری به‌رنج‌امی کومه‌له هیزه‌که به گویره‌ی هه‌ر ته‌وره‌یه‌ک هه‌ر خالیک یه‌کسانه به کوی زه‌بری هیزه‌کانی سیستمه‌که به گویره‌ی هه‌مان ته‌وره یان هه‌مان خال.

Example 3.2: Determine the moment of the 260N force with respect to point A and line AB when: The force is



resolved into it's components at point D .The force is resolved into it's components at point C.

نمونه: زه‌بری هیزه

(260N) هکه بدۆزه‌وه به گویره‌ی خالی (A) وه به گویره‌ی هیللی (AB) کاتیک: 1. هیزه‌که شیتهل کرابیت بو پیکنه‌ره‌کانی له خالی (D) دا. 2. هیزه‌که شیتهل کرابیت بو پیکنه‌ره‌کانی له خالی (C) دا.

Figure 3.4

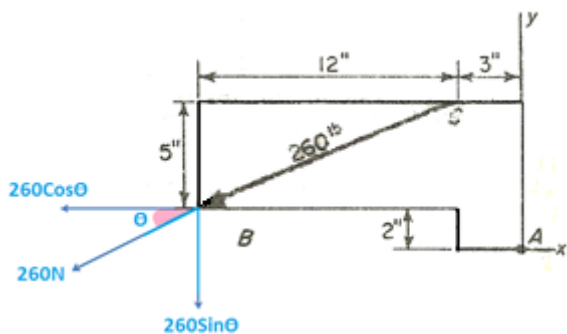


Figure 3.5

1. M of point A = $-(260 \cos 22.6 \cdot 2) - (260 \sin 22.6 \cdot 15)$

M Line AB = Zero

همان هیزه که له خالی D دا
 شیتهلان کرد ههلی دهگرین
 و بههمان شیوه لهسه
 خالی (C).2) دای دهنیین و
 شیتهلای دهکهین.

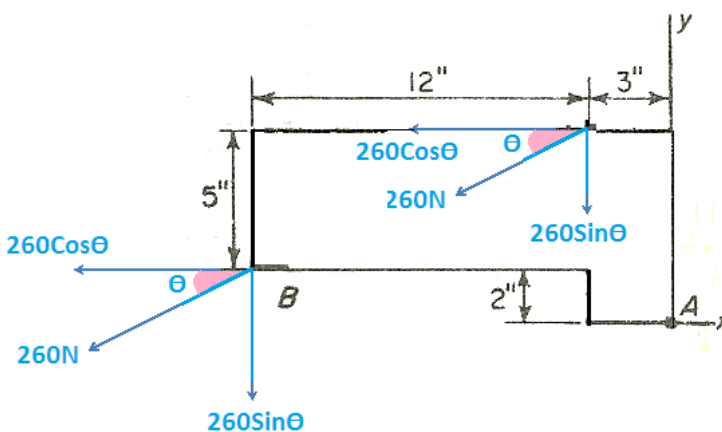


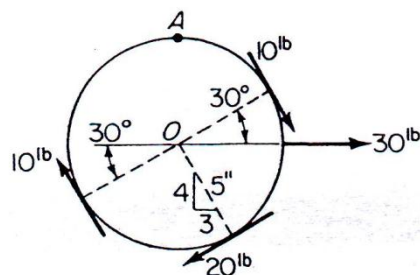
Figure 3.6

M of point A = $-(260 \sin 22.6 \cdot 3) - (260 \cos 22.6 \cdot 7)$

M of line AB = Zero

Example 3.3: determine the moment of the force system with respect to the point O and A?

نمونه: زهبری کومهله هیزه که بهگویره ی خالی
 (O) وه (A) بدۆزه رهوه:



P1-30

Figure 3.7

Solution for point:

$$+\circlearrowleft M \text{ of } O = F * S$$

$$= 5 * 10 + 5 * 20 + 5 * 10$$

$$= 50 + 100 + 50$$

$$= 200 \text{ lb.inch}$$

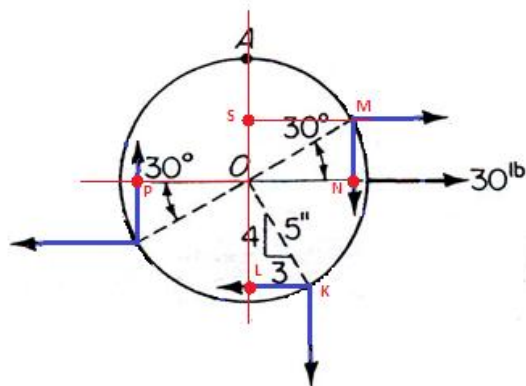


Figure 3.8

یهکهم جار دهبیت هیژمهکان شیتل بکهین.
 دووهم جار دهبیت دووری پیکنه‌ی هیژمهکان له خاله‌کان (point) هکانه‌ه
 بدۆزه‌ره‌ه.

From triangle (OMN):

$$\sin 30 = \frac{MN}{5} \rightarrow MN = 5 \sin 30 = 2.5$$

$$\cos 30 = \frac{ON}{5} \rightarrow ON = 5 \cos 30 = 4.33$$

From triangle (OPQ):

$$\sin 30 = \frac{PQ}{5} \rightarrow PQ = 5 \sin 30 = 2.5$$

$$\cos 30 = \frac{OP}{5} \rightarrow OP = 5 \cos 30 = 4.33$$

From triangle (OKL):

$$\sin 50 = \frac{KL}{5} \rightarrow KL = 5 \sin 50 = 3.83$$

$$\cos 50 = \frac{OL}{5} \rightarrow OL = 5 \cos 50 = 3.21$$

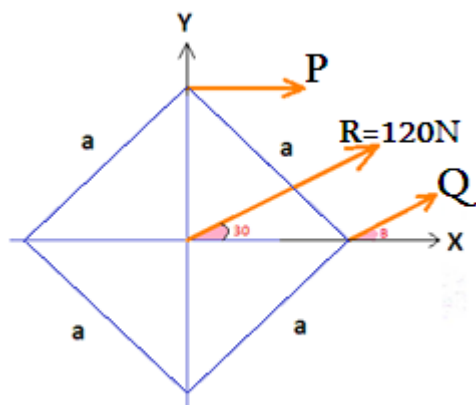
Moment about point A:

$$+\circlearrowleft \mu_A = 5 \cos 60 * (5 - MN) - 5 \sin 60 * ON \\ + 20 \sin 40 (AO + OL) + 20 \cos 40 * KL \\ + 10 \sin 60 (OP) + 10 \cos 60 (AO + PQ)$$

$$+\circlearrowleft \mu_A = 50 \cos 60 * (5 - 2.5) - 5 \sin 60 * 4.33 \\ + 20 \sin 40 (5 + 3.21) + 20 \cos 40 \\ * 3.83 + 10 \sin 60 (4.33) \\ + 10 \cos 60 (5 + 2.5)$$

$$+\circlearrowleft \mu_A = (\quad) \text{lb. inch}$$

Example 3.4: Two forces P and Q are perpendicular to the corners A and B of a square plate as shown in the figure (3.9). Determine their magnitude (P and Q) and the angle β knowing that their resultant R has magnitude 120N and the line



of action passing through point D and forming an angle $\theta=30^\circ$ with horizontal axis.

Figure 3.9

نموه: دوو هیز (P) و (Q) ئەستونن بۆ سوچهکانی (A) و (B) ی پلنیتیکی چوارگۆشه، هەر وەک پيشاندراره له وینهی (3.9) دا. بڕهکانی (P) و (Q) و گوشه‌ی (β) دیاری بکه. زانراوه که بهرهنجامهکهیان (R) نرخى (120N) ی ههیه وه هێلی کارهکهی به خالی (D) دا دهرووات وه گوشه‌ی ($\theta=30^\circ$) دروست دهکات لهگه‌ڵ تههره‌ی ناسودا.

$$+\rightarrow \sum F_x = R_x$$

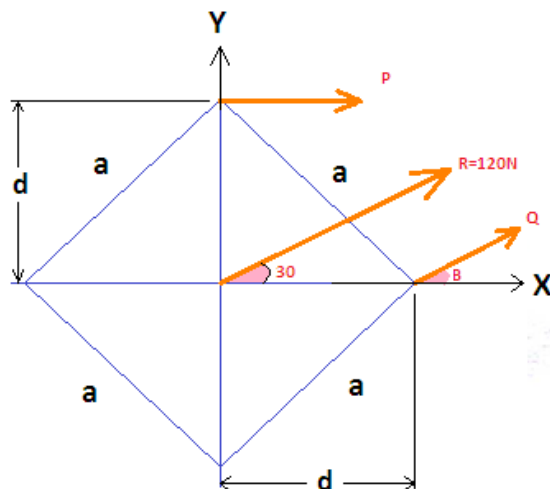
$$120 * \cos 30 = Q \cos \beta +$$

$$P \dots \dots \dots 1$$

$$+\uparrow \sum F_y = R_y$$

$$120 * \sin 30 = Q \sin \beta$$

$$60 = Q \sin \beta \dots \dots \dots 2$$



تیبینی: ئەگەر سێ نهزانراو و دوو

هاوکێشه‌مان هه‌بوو ئەوه په‌یوه‌ندی به (moment) هوه هه‌یه .

Figure 3.10

Taking moment about point (A) وەرگرتنی زه‌بر به‌ده‌وری خالی

$$+\curvearrowright M_A = 0$$

$$(120 \sin 30 * d) + (P * d) = 0$$

هەردوولا دابەشی (d) دەکەین.

$$P=120\sin 30$$

$$P = 60\text{N}$$

From Equation (1)

له هاوکێشەیی یەکەوه

$$120 * \text{Cos}30 = Q\text{Cos}\beta + P \dots\dots\dots 1$$

$$120*0.86=Q\text{Cos}\beta+60 \dots\dots\dots 2$$

$$43.9= Q\text{Cos}\beta \dots\dots\dots 1$$

Equation (2) divided by equation (1) هاوکێشەیی دوو دابەش (1)

هاوکێشەیی یەك

$$\frac{60}{43.9} = \frac{Q\text{Sin}\beta}{Q\text{Cos}\beta}$$

$$\frac{60}{43.9} = \frac{\text{Sin}\beta}{\text{Cos}\beta} \rightarrow \frac{60}{43.9} = \tan \beta$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.36 = 53.8$$

جوتەك

3.3 Couples

A couple consists of two forces which have equal magnitudes and paralld non collinear lines of action but which are opposite in the characteristics. A couple can be moved to any location without affecting the equilibrium requirements.

جوتەك له دوو هیز پێكهاتوو كه هه‌مان بریان هه‌یه وه تهریبین به یه‌كتر به‌لام ناكه‌ونه سه‌ر یه‌ك هیل و ئاراسته‌كانیان پێچه‌وانه‌ی یه‌كتره. جوتەك ده‌توانریت ب‌جولێنریت بۆ شوێنێکی دیکه‌به‌یئوه‌ی کاربکاته سه‌ر پێویسته‌کانی هاوسه‌نگی.

1. The magnitude of moment of the couple بری زه‌بری

جوتەك

زه‌بر = هیز * دوری ستونی

$$M = \text{Force} * \text{pendicular distance}$$

هیز زه‌بری هه‌یه وه هه‌روه‌ها جوته‌كیش واته (couple) یش به‌هه‌مان شیوه زه‌بری هه‌یه واته (moment) ی هه‌یه.

2. We can change the magnitude of the couple but the moment must be constant.

ده‌توانین بری جوتەك واته (couple) ب‌گۆرین به‌لام پێویسته زه‌بره‌كه واته (moment) ه‌كه به‌ نه‌گۆری ب‌مێنێته‌وه.

تێبینی: ئەگه‌ر له‌ پرسیارێکدا باسی couple ی کرد به‌لام له‌ وێنه‌یی پرسیاره‌که‌دا couple نه‌بوو ئه‌وا له‌ وێنه‌که‌یدا moment ه‌که‌ی داده‌نی.

3. The moment of a couple does not depend on the position or orientation of the moment axis such as it means the moment is the same for all axis perpendicular to the plane.

زەبری جوتەك بەند نییه لەسەر شوین و ئارستەهی تەوەرەهی زەبرەكە كە مانای وایە زەبرە هەمان شتە بۆ هەموو تەوەرەكان ئەستون بۆ رووتەختەكان

$$M_{aa} = + F_1 * \frac{d}{2} + F_2 * \frac{d}{2}$$

$$M_{aa} = F_1 d_1 \quad \text{Because} \quad F_1 = F_2$$

$$M_{a'a'} = - SF_2 + F_1 (S + d)$$

$$M_{a'a'} = - SF_2 + SF_1 + F_1 d \quad \text{Because} \quad F_1 = F_2$$

$$M_{a'a'} = F_1 d_1$$

4. The unit of the moment of the couple is the same of the unit of the moment force.

یەكەهی پێوانە كردنی زەبری جوتەك هەر هەمان یەكەهی پێوانە كردنی زەبری هێزە.

5. دەتوانین زەبری جوتەكەكان لەسەر یەك تەن كۆ بكەینەوه.

Example 3.5: Calculate the moment of the 250N force on the handle about the center bolt.

نمونه: زهبری هیزی (N250) ههژمار بکه لهسهر دهسکهکه به دهوری چهقی بر غوهکهدا.

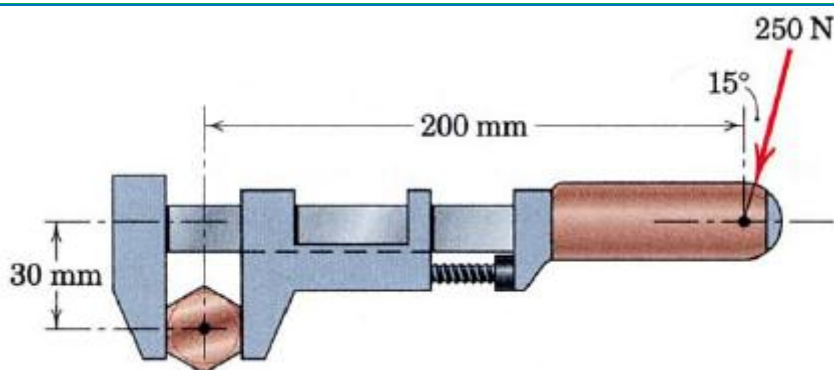


Figure 3.11

Solution:

$$F_x = 250 \text{ N} * \sin 15 = 62.5 \text{ N}$$

$$F_y = 250 \cos 15 = 240 \text{ N}$$

کۆی زهبر به دهوری خالی (0) دا=هیزهکان * دوری ستونیهکانیان

$$\sum M \text{ about point } 0 = \text{Force} * \text{perpendicular distance}$$

$$= - F * 30 + F_y * 200$$

$$= - 62.5 * 30 + 240 * 200$$

$$=-1875 + 48000$$

$$=46125 \text{ N.m}$$

3.4 Transformation of a couple

گواستنهوهی جوتهکێک

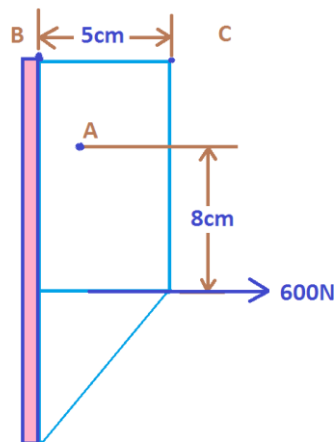
Resolution of a force into a force and couple

ئەگەر تەنیکمان هەبوو دوو هیزی لەسەر بوو دەلی بیگۆرە بۆ هیزیك و جوتەکێک.

چۆنیەتی گۆرینی لەم نمونەیدا دەر دەکەوێت:

Example 3.6: Replace the 600N force by a force through A and a couple whose act vertically through B and C.

نمونه: هیزه (600N) هکه بیگۆره به هیزیك له (A) دا وه جوتەکێک که به شاولی کاربکات به ناو (B) و (C) دا.



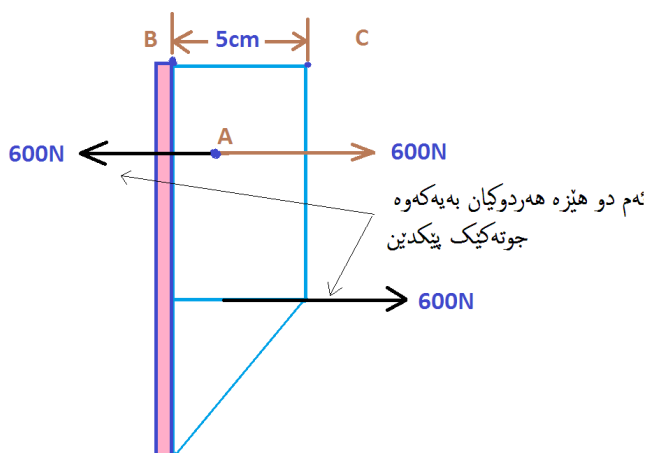
که دەلێت: بیگۆره بهو شته دهبی شوینه کهشت پی بلی که تیایدا دایده نیت.

Figure 3.12

ئهم هیزه بگۆره بو هیزیک و جوته کیک ی ستونی که به B-C دا پرووات. ناگادار به پئویسته به وینهوه بیگۆرین. که دهلی هیزه که بگۆره بو هیزیک له خالی A ئەوا دهبی به ههمان پر مه وه به ههمان ئاراسته له خالی A دا وهک خوی دا بنین. وه ههمان هیز به ههمان نرخ له ههمان خالدا دایده نین وه پیچهوانه ی ئاراسته ی هیزه که یه کهم جار له خاله کهدا که دامان ناوه.

Solution:

Figure 3.13



ئهم دوو هیزه ته ربیه به یهک وه ههمان نرخیان ههیه وه پیچهوانه ی یه کترن و جوته کن وه moment یان ههیه.

زهیر = هیز * دوری ستونی

$$M = F * S$$

$$= 8 * 600$$

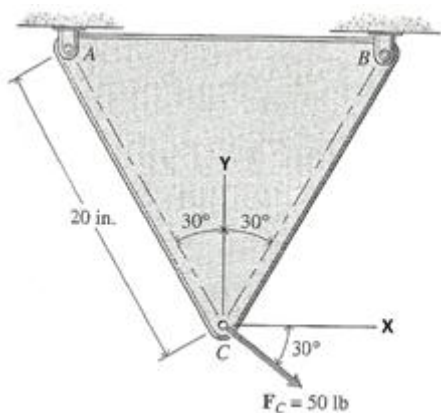
$$= 4800 - \text{N.cm}$$

ئهو moment ه ی که له وینه ی دوو همدا ههمانه، دهیگۆرین بو couple له وینه ی سئیه مدا.

$$M = F * S$$

$$4800 = F * 5$$

$$F = \frac{4800}{5} = 960N$$



Example 3.7: Replace the 50lb force shown into:
 1. force at point B and a couple
 2. a couple at point A.

نمونه: هیز (50lb) ه پیشاندر او مه که
 بگوره بو: 1. هیزیک له خالی (B) دا وه
 جوته کیک. 2. جوته کیک له خالی (A) دا.

Figure 3.14

* نهگەر هیزیک له دوو خالدا دانرا نهوا به شیوهی جوتهک دادهنریت واته

بهم شیوهیه ↓ ↑

یان بهم شیوهیه

→

←

به لام نهگەر هیزیک له یهک خالدا دانرا ده بییت به شیوهی زهر دا

بنیریت.

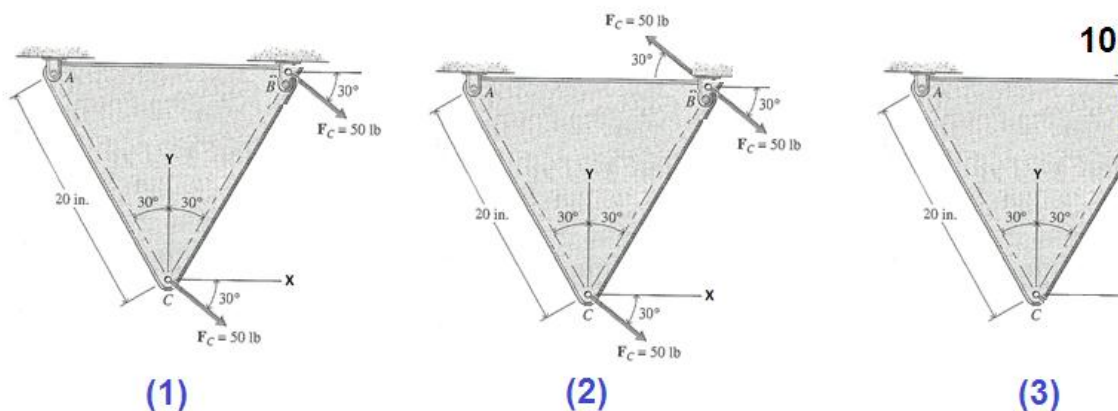
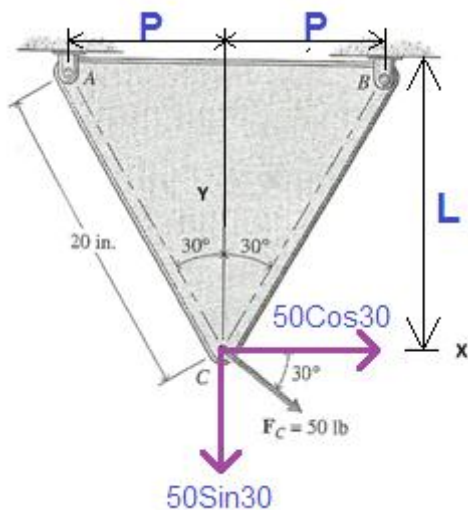


Figure 3.15

$$m = 50 * 20 = - 1000 \text{ lb.in}$$

دەلی له خالی B دا وه جوتەك له یەك خالدا دەبی زهبر دابننن، بەلام ئەگەر بیوتایه له دوو خالدا وهك A، B ئەوه دوو هیزی یەكسان و تەریب وه پیچەوانی ئاراستهمان دادەنا.



2. داواکاری دووهم

ئەگەر زهبری جوتەکیکمان دوزیهوه که جوتەکیش له دوو هیز پیکهاتوو، ئەم دوو هیزه پیویست ناکات شیتل بکهین ئەگەر لار بوو.

به لام نهگهر زهبری يهك هيزمان دوزيهوه، بهدهورى خالئيدا وه هيزمهكەش لار بوو پيوسته شيتهلى بكهين بو دوو پيكنهر پاشان زهبرهكهى بدوزهروهه.

Figure 3.16

$$\sin 30 = (P) / (20) \rightarrow P = 20 \sin 30$$

$$\cos 30 = (L) / (20) \rightarrow L = 20 \cos 30$$

$$+M_A = F * S$$

$$+M_A = 50 \sin 30 * P - 50 \cos 30 * L$$

$$= 50 \sin 30 * 20 \sin 30 - 50 \cos 30 * 20 \cos 30$$

$$= 250 - 750$$

$$+M = -500 \text{ lb.in}$$

Example 3.8: Replace the three couple by one couple which the force acting horizontally A and B.

نمونه: سى جوتەك بگۆره بو يهك جوتەك كه هيزمهكه به ئاسۆى كاربكات له (A) و (B) دا.

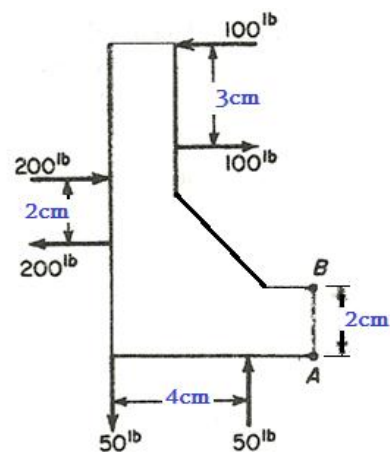
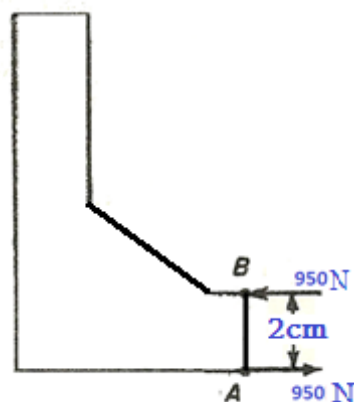


Figure 3.17

$$M_1 = -100 * 3 = -300 \text{ N.cm}$$

$$M_2 = +200 * 2 = 400 \text{ N.cm}$$



$$M_3 = -500 * 4 = 400 \text{ N.cm}$$

وای داده‌نین به ئاراسته‌ی میلی کاتر میئر moment پۆز هتیفه.

$$\text{Total} = -300 - 200 + 400 = -1900 \text{ N.cm } \mu$$

$$M = F * S \rightarrow -1900 = F * 2$$

$$F = 950 \text{ N}$$

Figure 3.18

Example 3.9: The 75lb force is the resultant of the coplanar force system and two additional force, a vertical force through B and a force through A. Determine the unknown forces.

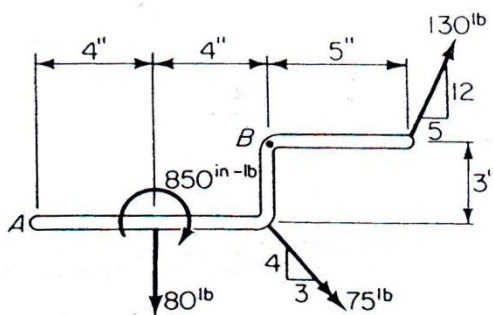


Figure 3.19

نمونه: ئەو 75lb بەر ئەنجامی کۆمه‌له هیزیکی هەر و ته‌خته له‌گه‌ڵ دوو هیزی تریشدا که دیار نییه. هیزی نادیاره‌کان یه‌کیکیان هیزیکی ستونیه vertical له B دا وه ئەوه‌ی تریان به A دا تێپەر ئه‌ییت.

$$\sum F_x = R_x$$

$$130 \cos 67.3 + P_x = 75 \sin 36.8$$

$$50 + P_x = 45$$

$$-5 = P_x$$

$$P_x = 5 \text{ lb} \leftarrow$$

چونکه نیگه‌تیف دهر چوو x ی نیگه‌تیف نیشانه‌که‌ی بۆ ده‌سته چه‌پ.

$$\sum F_y = R_y$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y \dots\dots\dots 1$$

Moment of the Resultant force about point A =

Moment of all forces about point A

$$75 \cos 36.8 * 8 = 80 * 4 - F * 8 - 130 \sin 67.3 * 8 + 130 \cos 67.3 * 8 + 850$$

دوو نەزانراومان هەبێ دەبێ زەبەر لەو لایەوه وەر بگێرین کە یەکی لە نەزانراوەکانی تیاپە.

$$480 = + 320 - 8F - 1559 + 150 + 850$$

$$719 = - 8F \rightarrow F = 90 \text{ lb } \downarrow$$

هێزەکی خالی B

زەبەری Resultant بە دەوری خالی کدا بە دەوری تەوەر مێه کدا = زەبەری هێزەکان هەموویان لە گەڵ ئەو جوتەکە ی کە هەبێ.

$$\sum F_y = R_y$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y \dots\dots\dots 1$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y$$

$$-74.27 = 119.929 - 90 - 80 + P_y$$

$$170 - 74.27 = 119.929 + P_y$$

$$95.8 - 119.929 = + P_y$$

$$P_y = -24.129 \text{ lb}$$

$$P_y = -24.129 \text{ lb} \downarrow$$

تیبینی: نازانین ئاراستهکەهی پۆزەتیفە یان نیگەتیفە، خۆمان هەموو کات بە پۆزەتیف دای دەنێین ئەگەر نەمان زانی، شیکاری دەکەین ئەگەر نیگەتیف بوو ئەوا هینکاریهکەهی پێویستە بە نیگەتیف بکەین.

$$P^2 = (-24.129)^2 + (-5)^2$$

$$P^2 = 582 + 25 = 607$$

$$P = 24.6 \quad \tan \beta = \frac{5}{24.129}$$

$$\beta = 11.72$$

Example 3.10: The 150lb force of the resultant of the two force and the couple shown with two vertical force one acting through A and the other through B. Determine the two unknown forces.

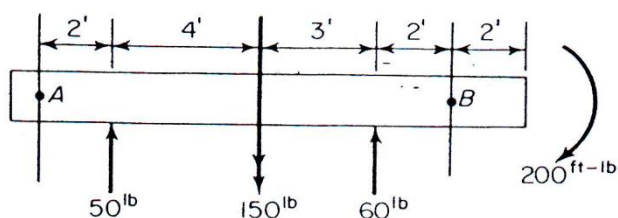


Figure 3.20

نمونه: هیزه (150lb) مەکی بەرەنجامی دوو هیزهکەو جوتەکەکەهی که پیشان دراوه لهگەڵ دوو هیزی شاولی، یهکیان کاردهکاته سەر خالی (A) وه ئەوهی تریان بهناو (B) دا دوو هیزه نەزانراو مەکه بدۆزەر موه.

Solution:

$$\mu_A = 150 * 6 = -50 * 2 - 60 * 9 - P * 11 + 200$$

$$11 - 540 - 100 = 900P + 200$$

$$11 - 440 = 900P$$

$$P = \frac{1340}{11} = 121 \text{ lb} \downarrow$$

سەرجهمی هه‌مویان $R =$ چونکه هه‌مویان ته‌ریین به یه‌ك.

$$150 = F + 50 + 60 - 121$$

$$139 = F$$

$$F = 139 \text{ lb} \downarrow$$

Or

$$\mu_B = -150 * 5 = 60 * 2 + 50 * 9 + F * 11 + 200$$

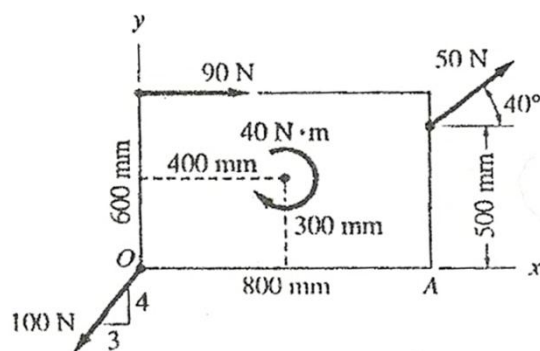
زه‌بری R به ده‌وری B = زه‌بری هه‌موو هه‌یزمه‌كان به ده‌وری B
جوته‌كه‌كه.

$$11 + 450 + 120 = 750 - F + 200$$

$$F = -139 = 139 \text{ lb} \downarrow$$

Example 3.11: The coplanar force system in figure consists of three forces and one couple. Replace them with equivalent force couple system acting at (a) point O (b) point A.

Figure 3.21



نمونه: کۆمهله ههیزه هاوڕووتهختهکان لهو شوینهی پیکهاتوو له سی ههیز و یهك جوتهك، بیان گۆره به ههیزیکی هاوتا و سیستمی جوتهكێك كه کاربكات له (a) خالی (b) خالی (A)

$$\sum F_x = 90 + 38.3 - 60$$

$$= 68.3 \text{ N}$$

$$\sum F_y = + 32.13 - 80$$

$$= - 47.87 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (2F_1F_2\cos \alpha)} = 83.40 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = 53.2^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{47.87}{68.3}$$

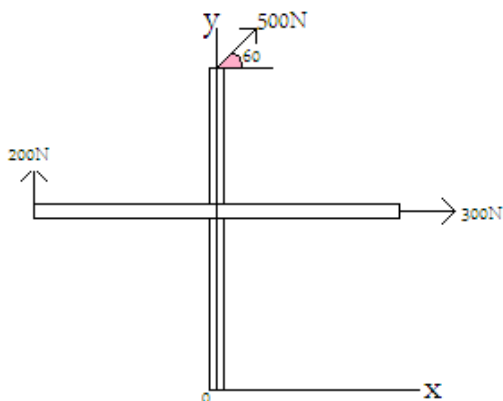
$$\theta = 35^\circ$$

$$+M_o = 90 * 0.6 + 38.3 * 0.5 - 32.13 * 0.8 + 40$$

$$+M_o = 87.44 \text{ N.m}$$

$$M_A = -80 * 0.8 + 90 * 0.6 + 38.3 * 0.5 + 40$$

$$M_A = 49.15 \text{ N.m}$$



Example 3.12: Three forces and a couple are applied to a

bracket as shown in figure Determine: 1.The magnitude and direction of the R. .2The perpendicular distance from point O to the line of action of the resultant. .3The distance from point O to the intercept of the line of action of the resultant with the x-axis.

Figure 3.22

نمونه: سێ هێزو جوتتهكێك بهكار هێنران بۆ له ناویهك وهك له لهوچهكهدا دیاره. بر و ئارستهی بهرهنجام دیاری بکه. ماوهی ستوونی له خالی (O) هوه بۆ هێلی کاری بهرهنجامهکه لهگهڵ تهوهره ی X دا. دوریهکه له خالی (O) هوه بۆ یهکتر بری هێلی کاری بهرهنجامهکه.

1.

$$\sum F_x = 300 + 500 \cos 60$$

$$550 = N \rightarrow$$

$$\sum F_y = 200 + 500 \sin 60$$

$$633 = N \uparrow$$

$$R = \sqrt{(550)^2 + (633)^2}$$

$$= 839 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{633}{550} \rightarrow \theta = 49^\circ$$

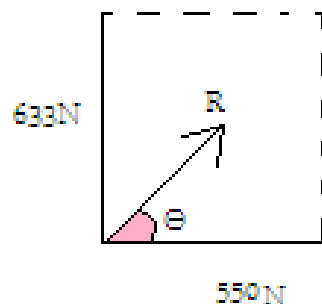


Figure 3.23

2.

$$R \cdot d = 200 \cdot 0.45 + 300 \cdot 0.4 + 500 \cos 60 \cdot 0.7 - 600$$

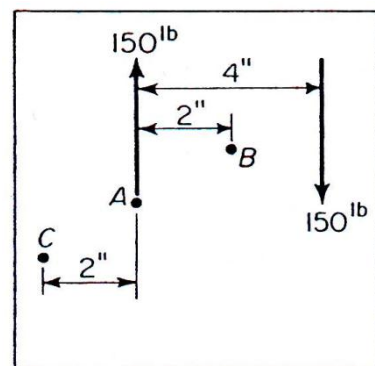
$$d = 254 \text{ m}$$

زهبری بهرهنجام به دهوری خالی O دا وهکو زهبری ههموو هێزهکان + جوتتهك.

$$-839 * \sin 49 * S = 200 * 0.45 - 300 * 0.4 + 500 \cos 60 * 0.7 - 600$$

$$S = 339 \text{ m}$$

Example 3.13: Determine the moment of the couple in the figure (3.24) with respect to (1) point A; (2) point B; (3) point C.



زەبری جوتەك له وینەهی (3.24) دا بدۆزەرەو

بەگوێرەهی (1) خالی (A)؛ (2) خالی (B)؛ (3) خالی (C).

Figure 3.24

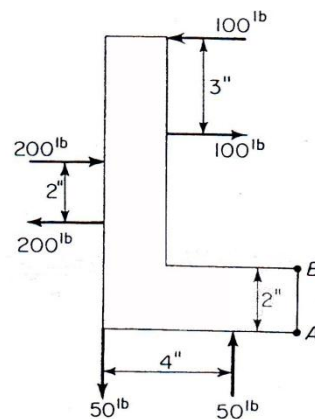
$$1: + \curvearrowright M_A = 150 * 4 = 600 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$2: + \curvearrowright M_B = 150 * 2 + 150 * 2 = 600 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$3: + \curvearrowright M_C = +150 * 6 - 150 * 2 = 600 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

خۆمان ئارستەكەمان داناو، هەر هێزێك پێچهوانەهی ئەمە بوو بە نێگەتێف دای دەنێین.

Example 3.14: By using the transformations of a couple, replace the three couples of the figure (3.25) by one couple with the forces acting horizontally at A and B.



بە بەکار هێنانی گواستنەوێ جوتەكێك، سێ جوتەكێ

وینەهی (3.25) بگۆره به جوتەکیك له گهڵ هیزهکانیدا، ئاسۆبیانه کاردهکهن له A و B دا.

Figure 3.25

دهلی بیکه به دوو هیزی horizontal له خالی A، B دا.

$$C1 = 100 * 3 = 300 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$C2 = 200 * 2 = 400 \text{ in. lb } \curvearrowleft$$

$$C3 = 50 * 4 = 200 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

ئهو هی نیشانه که هی پێچهوانه ی کاتژمیره به نینگهتیف دای دهئین چونکه خوی نینگهتیفه سه رجه می زه بره کان کو دهکهینه وه.

$$+ \curvearrowright CT = -300 + 400 - 200 = -100 = 100 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$M = F * s \rightarrow 100 = F * 2 \rightarrow F = 50 \text{ lb}$$

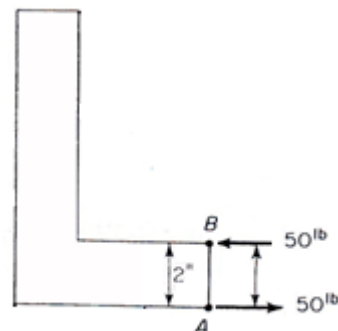


Figure 3.26

Example 3.15: By means of the transformation of a couple, replace the couple shown in the figure (3.27) by an equivalent couple consisting of horizontal forces which act along AB and CD. Show each step by means of a separate sketch.

Do not change the external effect on the body at any time.

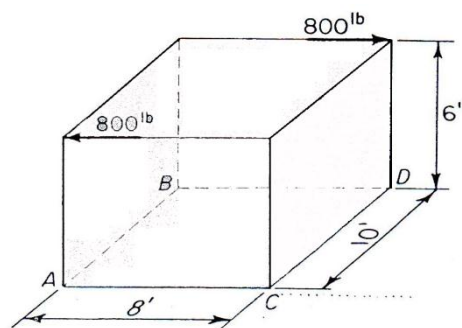


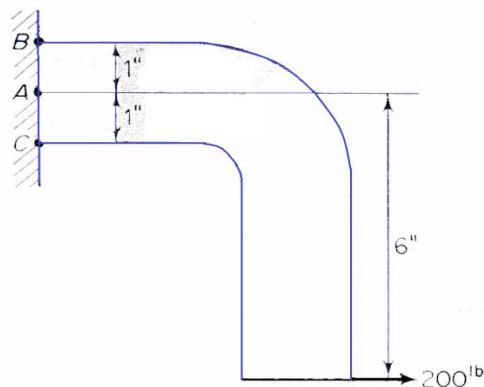
Figure 3.27

بهریگی گواستتهوهی جوتتهکێک، جوتتهکهکهی له وینهی (3.27) پیشانراوه بگۆره به جوتتهکێکی هاوتا که له هیزه ئاسۆبیهکان پێکبیت که بهدریژایی AB و CD کاردبکات. ههرههنگاوێک به ریگهی وینهی جیاکراوه پیشان ده. کاریگهریه دهرهکییهکه مهگۆره لهسهر تهنهکه له ههر کاتیکدا.

$$m = 800 * 10 = 8000 \text{ lb.ft}$$

$$m = F * 8 \rightarrow 8000 = F * 8 \rightarrow F = 1000 \text{ lb}$$

Example 3.16: replace the 200lb force of figure (3.28) by a force which passes through A and a couple whose forces are horizontal and pass through the points B and C.



هیزی (200lb) ی وینهی (3.28) بگۆره به هیزێک که به خالی (A) دا دهرووات وه جوتتهکێک که هیزهکانی ئاسۆبیین وه به خالهکانی B و C دا دهروون.

Figure 3.28

$$m = -200 * 6 = -1200 \text{ in.lb} = 1200 \text{ in.lb}$$

$$1200 = F * 2 \rightarrow$$

$$F = 600 \text{ lb}$$

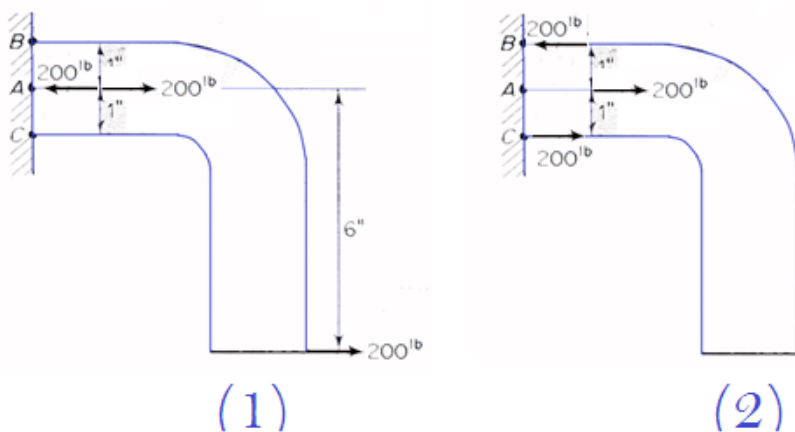
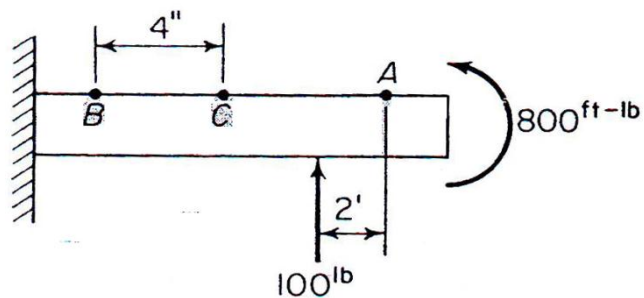


Figure 3.29

Example 3.17: Replace the force and couple shown in figure (3.30) with a vertical force at A



and a couple whose forces act vertically at B and C.

Figure 3.30

هێزەکانی جوتهکهکهی پیشاندر او ه وینهی (3.30) بگۆره به هێزێکی ستونی له A دا وه جوتهکێک که هێزەکانی شاولیانە کار دهکهن له خالهکانی B و C دا.

$$m \text{ (couple C)} = -100 * 2 + 800$$

$$600 = \quad \text{lb.in}$$

لهبهر ئهوهی زهبر بهم ئارستهیه ** که واته به پێچهوانهی ئهمهوه به نێگهتیف دادهنریت.

$$600 = F * 4 \rightarrow F = 150 \text{ lb}$$

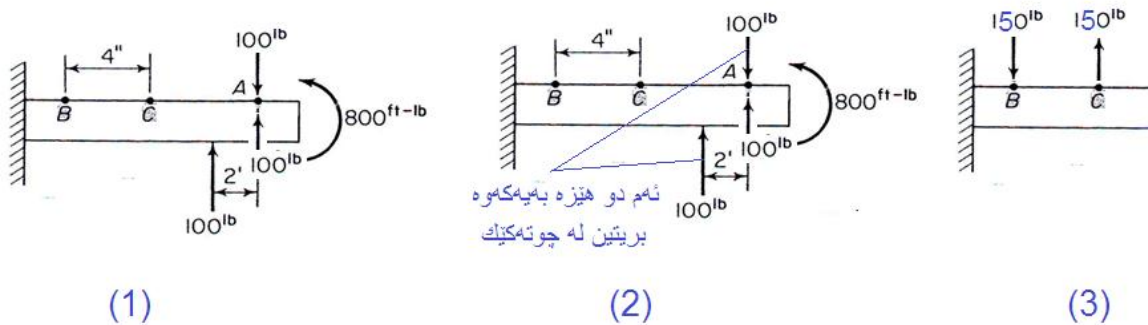


Figure 3.31

Example 3.18: Replace the 90lb force of figure (3.32) by a force which passes through A and a couple whose forces are horizontal and pass through the points B and C.

هیزی (90lb) ی وینهی (3.32) بگۆره به هیزیک که به خالی (A) دا دهرووات وه جوتهکێک که هیزهکانی ئاسۆیین وه به خالهکانی B و C دا دهروون.

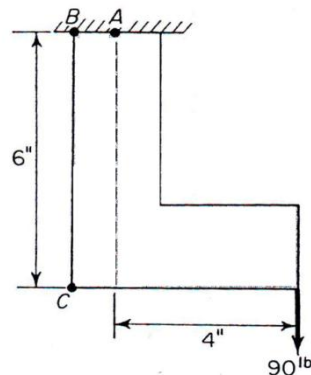
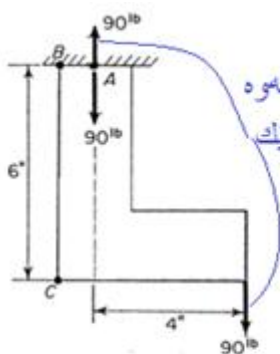


Figure 3.32

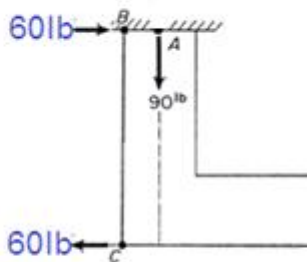
$$m_c = 90 * 4 = 360 \text{ lb.in}$$

$$360 = F * 6 \rightarrow F = 60 \text{ lb}$$



ئهم دو هیزه بایهکسوه بریتین له جوتهکێک

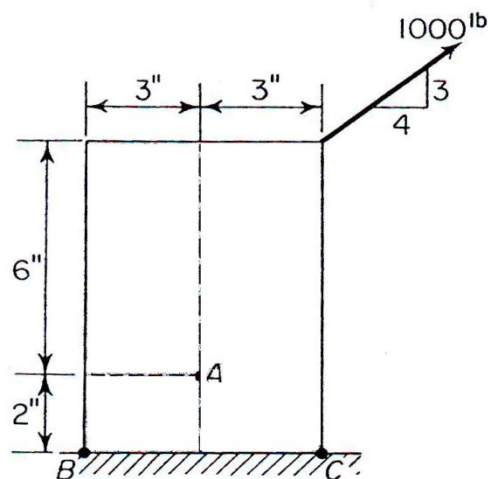
(1)



(2)

Figure 3.33

Example 3.19: By means of the transformation of a couple, Replace the 1000lb force of figure (3.34) by a force which passes through A and a couple whose forces act vertically at B and C.



بەریگی گواستنەوی جوتەکیك، هیزی
 (1000lb) ی وینهی (3.34)، بگۆره به
 هیزیك كه به خالی (A) دا دەرووات وه
 جوتەکیك كه هیزهكانی شاولیانە کاردهكەن له خالەكانی B و C دا.

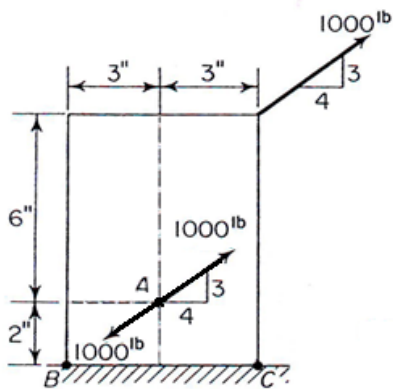
Figure 3.34

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

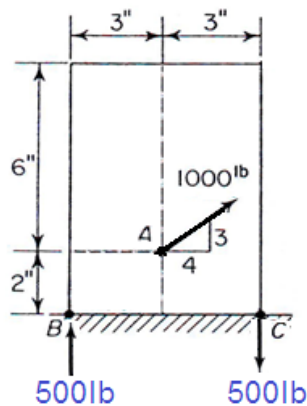
$$\theta = 36.86^\circ$$

$$m_c = 800 * 6 - 600 * 3 = 3000 \text{ lb.in}$$

$$3000 = F * 6 \rightarrow F = 500 \text{ lb}$$

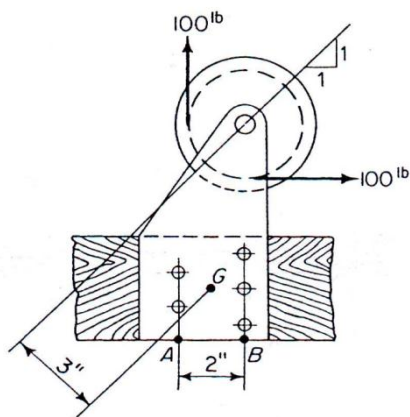


(1)



(2)

Figure 3.35



Example 3.20: Replace the two 100lb forces of figure (3.36) by a force which passes through G and a couple whose forces act vertically at A and B.

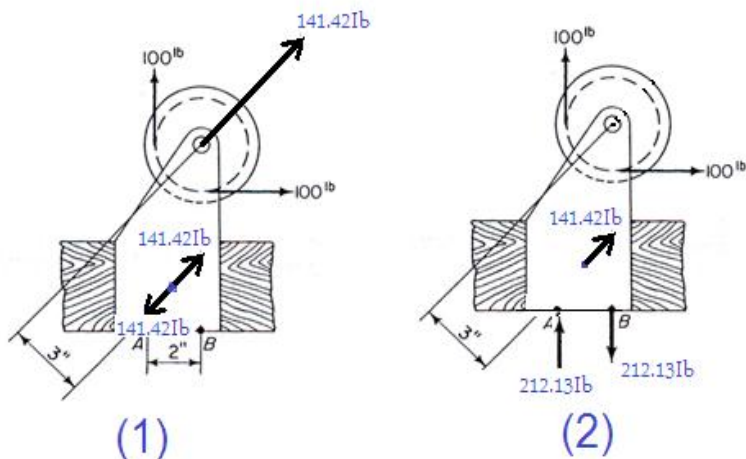
هیزی (100lb) ی وینهی (3.36) بگوره به

هیزیك كه به خالی (G) دا دهروات وه

جوتهكێك كه كه هیزهكانی شاولیانه كاردهكمن له خالهكانی B و C دا.

Figure 3.36

$$R = \sqrt{(100)^2 + (100)^2} = 141.42 \text{ lb}$$



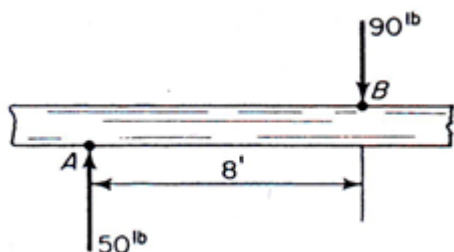
$$m = 141.42 * 3 = 424.2 \text{ lb.in}$$

Moment = force * distance

$$424.2 = \text{force} * 2$$

$$\text{Force} = 212.13 \text{ lb}$$

Figure 3.37



Example 3.21: By means of the transformation of a couple, Replace the two forces of figure (3.38) by a single force.

بەریگای گواستنەوهی جوتەکیك، دوو هیزه‌که‌ی وینە‌ی (3.38) بگۆره به تاکه‌هیزیک.

Figure 3.38

$$m_{\text{couple}} = 50 * 8 = 400 \text{ lb.ft}$$

$$m_B = 40 * d \rightarrow 400 = 40d$$

$$d = 10 \text{ ft} \quad \text{right B}$$

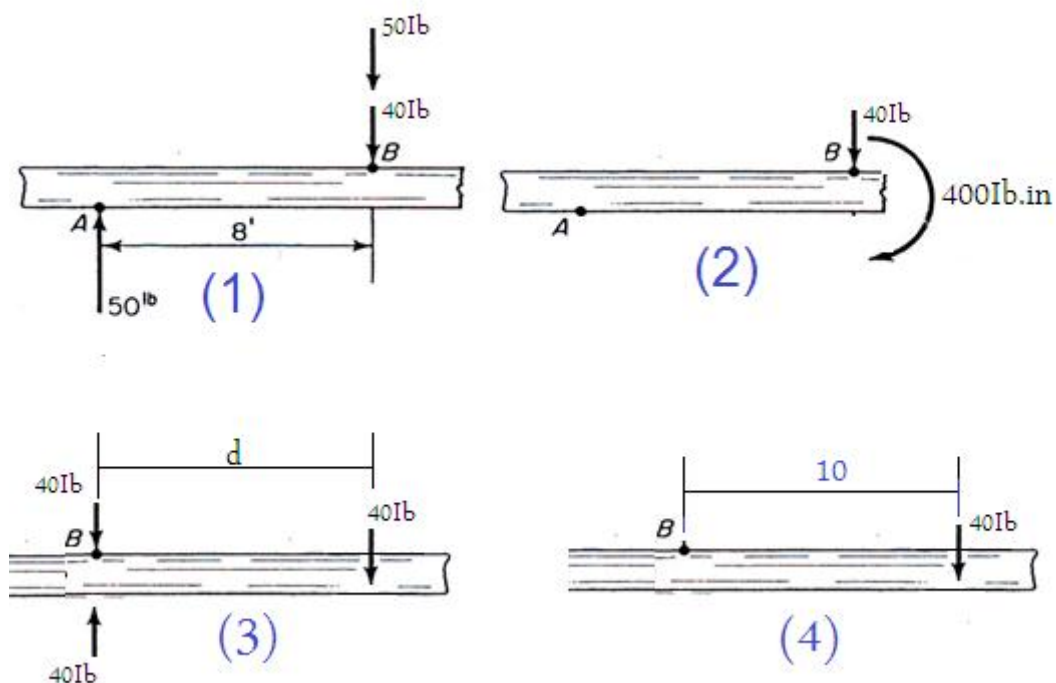
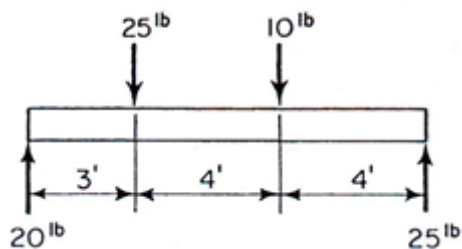


Figure 3.39

$$\mu_A = 90 * 8 = 720 \text{ lb.ft}$$

$$\mu_A = 40 * d \rightarrow d = (720)/(40) = 18\text{ft right A}$$



Example 3.22: By means of the transformation of a couple, Replace the four forces of figure (3.40) by a

single force.

بەریگای گواستەمۆهی جوتەکێک، چوار هێزەکەهی وێنەیی (3.40) بگۆرە
بە تاکە هێزێک.

Figure 3.40

$$\text{Moment of Couples} = 25 * 8 - 10 * 7 = 130 \text{ lb.ft}$$

$$m_o = 10 * d = 130 \rightarrow d = 13' \text{ right point O}$$

$$' 2 = 11 - 13 \text{ right body}$$

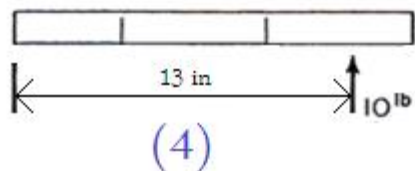
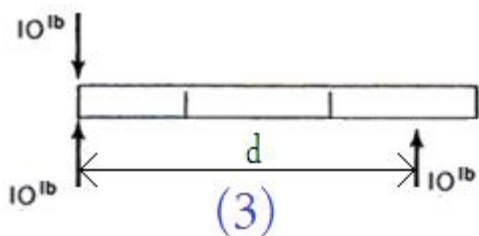
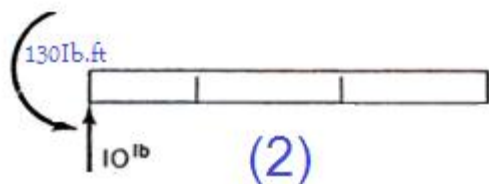
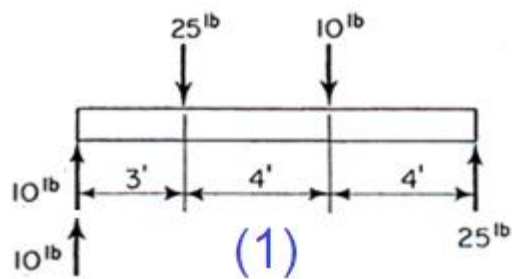
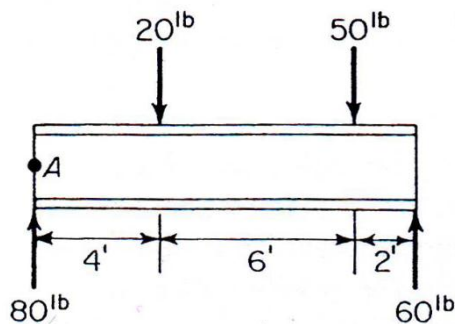


Figure 3.41



Example 3.23: determine the resultant of the parallel coplanar force system of figure (3.42), and locate it with respect to point A

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیزه

هاور ووته‌خته تهریبه‌که‌ی وینه‌ی (3.42) بدۆزه ره‌وه، وه به‌گۆیره‌ی خالی A شوینه‌که‌ی دیاری بکه.

Figure 3.42

$$+\uparrow R = \sum F_y$$

$$70 = 80 + 60 - 20 - 50 = 70 \text{ lb } \uparrow$$

Moment of the all forces about point O = Moment of the Resultant force about point O

$$70 \cdot q = 60 \cdot 12 - 50 \cdot 10 - 20 \cdot 4$$

$$q = \frac{140}{70} = 2''$$

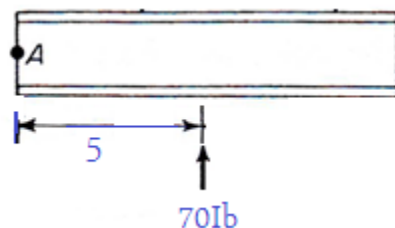
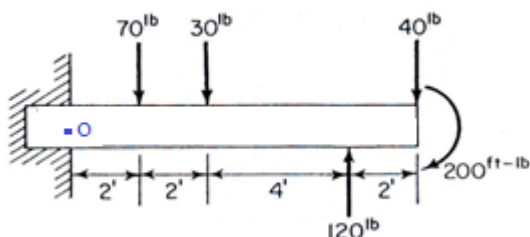


Figure 3.43



Example 3.24:

determine the resultant of the force system of figure (3.44)

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیزه ی

Figure 3.44

$$+\uparrow R_y = \sum F_y$$

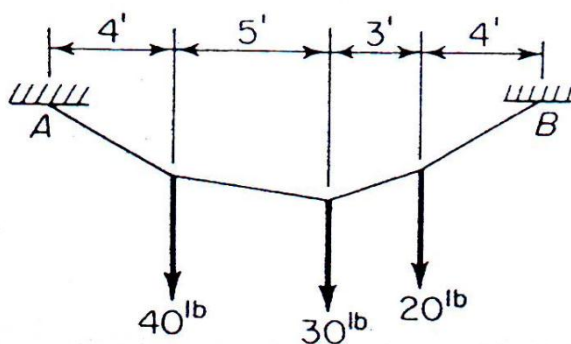
$$= 120 - 40 - 30 - 70 = -20 = 20 \text{ lb } \downarrow$$

Moment of the all forces about point O = Moment of the Resultant force about point O

$$R * q = (200) + (40 * 10) - (120 * 8) + (30 * 4) + (70 * 2)$$

$$20 * q = 200 + 400 - 960 + 120 + 140$$

$$q = -\frac{100}{20} = -5 \rightarrow q = 5 \text{ ft left of point O}$$



Example 3.25: The cable AB of figure (3.45) supports three vertical loads. Determine the resultant of these three forces, and locate it with respect to point A.

کێبلی وینەهی (3.45) سێ باری شاولی راگیر دهکات. بهههنجامی سێ هیزهکه دیاریبکه، وه بهگویرهی خالی A شوینهکهی دیاری بکه.

Figure 3.45

$$\begin{aligned}
 +\downarrow R &= \sum F_y \\
 &= 40 + 30 + 20 \\
 &= 90\text{lb} \downarrow
 \end{aligned}$$

Moment of the all forces about point A = Moment of the Resultant force about point A

$$\begin{aligned}
 90 * q &= (40 * 4) + (30 * 9) + (20 * 12) \\
 Q &= \frac{670}{90} = 7.45
 \end{aligned}$$

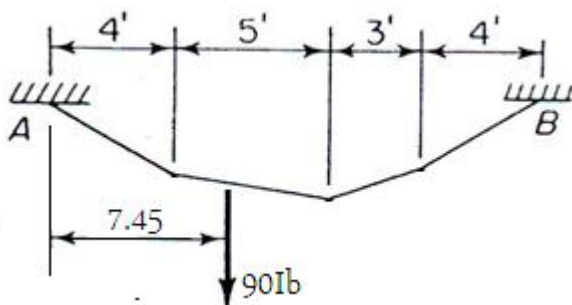
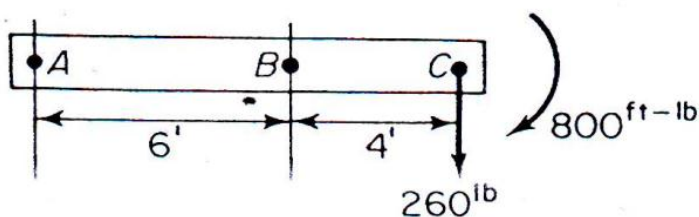


Figure 3.46

Example 3.26: Replace the 260lb force and the 800ft-lb couple of figure (3.47) with two vertical forces, one at A and the other at B, without changing the external effects on the body. Do not use the transformations of a couple.

هێزه (260lb) که و جوتەکه (800ft-lb) هکە ی وینە ی (3.47) بگۆره به



دوو هێزی
ستونی،
یهکیکیان له

(A) دا وه ئهوهی دیکهیان له (B) دا، بهی گۆرانی کاریگهری دهرهکی لهسهر تهنهکه. گواستنهوهی جوتهک بهکار مههینه.

Figure 3.47

$$\sum M_{A1} = \sum M_{A2}$$

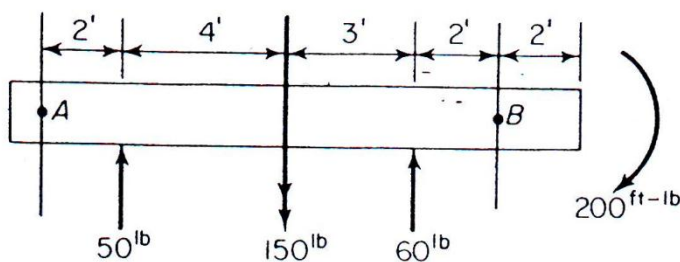
$$800 + 10 * 260 = F_B * 6 \rightarrow F_B = 567 \text{ lb} \downarrow$$

$$\sum M_{B1} = \sum M_{B2}$$

$$4 * 260 + 800 = F_A * 6$$

$$F_A = 307 \text{ lb} \uparrow$$

Example 3.27: The 150lb force of figure (3.48) is the



resultant of the two forces shown and the couple and two other vertical

forces, one acting through point A and the other through B. Determine these two unknown forces.

Figure 3.48

ههزه (150lb) ههکی وینهی (3.48) بریتیهله بهههجامی دوو ههزه پیشاندر او ههکی و جوتهکهکه و دو ههزی شاولی تر، بههکیکیان به خالی A دا

کاردهکات وه ئهوهی تریان به خالی B دا. دوهیزه نهزانراوهکه دیاری بکه.

Moment of the all forces about point A= Moment of the Resultant force about point A

$$150 \cdot 6 = (200) - (60 \cdot 9) - (50 \cdot 2) + (F_B \cdot 11)$$

$$F_B = 121.82 \text{ lb} \downarrow$$

Moment of the all forces about point B= Moment of the Resultant force about point B

$$150 \cdot 5 = -(50 \cdot 9) - (60 \cdot 2) - (200) + (F_A \cdot 11)$$

$$750 = -450 - 120 - 200 + 11 \cdot F_A$$

$$F_A = 138.2 \text{ lb} \downarrow$$

که تو خۆت شلکرد، له روی ناکهسی دهلی: بروانه، چۆن لهم دهترسی

(پیرمێرد)

نوسەر له مالنیکا پهیدا نابیت، کتیبی تیدا نهبویت

(دۆریس لئیسینگ)

English	کوردی
Units of measurement	یهکهکانی پێوانهکردن
Quantities	هیندهکان
Length	دریژی
Mass	بارستای
Time	کات
Force	هیز
Velocity	خیرای
Acceleration	تاودان
Area	رووبهر
Density	چری
Work	ئیش
Moment of force	زهبری هیز
Power	توانا
Pressure	پهستان
Unit	یهکه
Scalar quantities	هینده بی ئاراستهکان
vector quantities	هینده ئاراستهپرەکان
Magnitude	بر
action	کار
Direction	ئاراسته
state	حالهت
Resultant	بههئەنجام
Inclined	لار
Component	پیکنەر
Summation	کوکردنهوه

Axis	تەوهره
Condition	مهرج
Condition	حالهت
In order that	بو ئهوهی
Determine	دیاری بکه
Resultant of force system	بهرئهنجانی کۆمهله هیز
Moment	زهر
Torque	زهر
With respect to	به گویرهی
Product	لینکراو
Force	هیز
perpendicular	ئهستون
act	کاردهکاته سهری
Couple	جوتهاک
rigid body	تهنی سهخت
Consist of	پیکهاتوو
Parallel	تهریب
Opposite	پهچهوانه
Angle	گوشه
unknown forces	هیزه نادیارهکان
through	بهناو
Equilibrium	هاوسهنگبون
Equations	هاوکیشهکانی
ignored	پشتگویرهراو
free body diagram (FBD)	هیلکاری تهنی سهریهست

problems	گرفت
Reactions	کار دانهو هکان
Centroid	چهق
center of Gravity	چهقی قورسایی
specific weight	کیشه چره
Simi arc	نیمچه چهماوه
Ellipse	هیلکهی
Moment of inertia or Second moment	زهبری بارنهگۆرین (زهبری دووهم)
Polar moment of inertia	زهبری بارنهگۆری جهمسهری
Parallel axis theorem	بیردۆزی تهوهره تهرییهکان
Radius of Gyration	نیوه تیره ی خولانهوه
strip	تیزمال
element	تیلماسک
element	توخم
Parabola	برگه هاوتنا
Product moment of inertia	زهبری لیکدر او ی بارنهگۆری
Analysis of Structures	شیکردنهوه ی بنیات
truss	دار بهست
Member	پهل
joints	جومگهکان
planar truss	دار بهستی تهخت
section	برگه
hinge	ئهنجامه
Friction	لیکخشاندن
static friction	وهستاو ه لیکخشانندن

kinetic friction	جوو لاوه لیکخشاندن
Coefficient of Friction	هاو کولکهی لیکخشاندن
angle of the incline surface	گوشه لاری پروهلنژهکه
angle of repose	گوشه‌ی پشو
Angle of friction	گوشه‌ی لیکخشاندن
Beam	راجه
Cable	کئیل
SIMPLY SUPPORT BEAM	راجهی به‌ساده‌یی راگیراو
Over hanging Beam	راجهی لا هه‌لواسراو
CANTILEVER BEAM	نوئله راجه
indeterminate beams	راجه نادیاره‌کان
PROPPED BEAM	کۆله‌که راجه
FIXED or RESTRAINED BEAM	راجهی چه‌سپاو یان جله‌وگیر کراو
CONTINUOUS BEAM	راجهی به‌رده‌وام
AXIAL FORCE	هیزی ته‌وه‌ه‌یی
SHEAR FORCE	هیزی بره‌ر
BENDING MOMENT	زه‌بری چه‌مانه‌وه
bending in Beam	چه‌مینه‌وه له راجه‌دا
bending stress	فشاری چه‌مانه‌وه
Assumptions	گریمانه‌کان
involved	به‌شدارن
theory	بیردۆز
design	نه‌خشه‌سازی
loading	بار کردن
point load	باری خال

distributed load	بار دابه‌شبووی
Beam deflection	خوار بونه‌وهی راجه
Beam span	ماوه‌ی راجه
shear force diagrams	هینکاریه‌کانی هیزی بره‌ر
bending moment diagrams	هینکاریه‌کانی زه‌بری چه‌مانه‌وه
bolt	برغوو
collinear	هاو هینل
compression	په‌ستاوتن
Concentrated force	هیزی چه‌قبه‌ستوو
concurrent	به‌یه‌گه‌گه‌یشتنوو
connection	تیکبه‌ست
coplanar	هاور و نه‌خت
Cross-section	پانه‌پرگه
curve	چه‌ماوه
deformation	شیوه‌تیکچون
degree	پله
disk	په‌پکه
Distributed load	باری دابه‌شکراو
load	بار
loading	بارکردن
fixed	چه‌سپاو
homogeneous	چوونیه‌ک
horizontal	ئاسوی
Integration	ته‌واوکاری
Line	هینل
Line of action	هینلی کار

maximum and minimum	زۆرتەری و کەمترین
object	تەن
body	لەش
Parallelogram	لاتەریب
particle	تەنۆلکە
pin	بەر وولە
polar	جەمسەری
radius of gyration	نیوەتیریە خولانەوه
resolution	شیتەڵکردن
rivet	پەرچ
roller	خولخۆکە
roof	سەربان
rotation	خولانەوه
smooth	ساف
static	وەستاو
statics	وەستانزانی
Strength	بەرگەگرتن
Stress	فشار
Structure	بنیات
Summation	سەر جەم
Support	پاڵپشت
symmetry	هاوجی
Tension	گرژی
Transformation	گواستنەوه
Uniform	رێک
Vertical	شاوڵی

volume	قەبارە
Weight	کێش
Welding	لکاندن

Reference:

سەرچاوهکان:

1. Eng-mechanics, Static and Dynamics By: “Archie hiegdom”
2. Engineering mechanics, Volume 1, Statics, fifth edition By: J. L. Meriam and L. G. Karaige.
3. VECTOR MECHANICS,for ENGINEERS TENTH EDITION, STATICS | DYNAMICS By: Beer | Johnston | Mazurek | Cornwell
4. Engineering mechanics, Statics, Twelfth edition By: R. C. Hibbeler